المربعات الصغرى المقيدة فى مواجهة المربعات الصغرى غير المقيدة : أيهما أكثر كفاءة ؟

(دالة الإنتاج في مصر مثالا فى الفترة (١٩٩٩-٢٠١٠)م.

أ.د / أحمد أبو الفتوح على الناقة
أستاذ الاقتصاد
كلية الشريعة والدراسات الإسلامية
جامعة أم القرى

المربعات الصغرى المقيدة في مواجهة المربعات الصغرى غير المقيدة : أيهما أكثر كفاءة ؟
دالة الإنتاج في مصر مثالا في الفترة (١٩٩٩-٢٠١٠)م.

أ.د أحمد أبو الفتوح على الناقة
أستاذ الاقتصاد -كلية الشريعة والدراسات الإسلامية
جامعة أم القرى

١- مقدمة :

تقدم هذه الدراسة تحليلا لكل من مقدر المربعات الصغرى المقيدة وغير المقيدة وتقارن بينهما من حيث الكفاءة والتحيز ، وتوضح الشروط التي تقدمها نظرية الاقتصاد القياسي لكي يكون مقدر المربعات الصغرى المقيدة بالتحديد كفء وغير متحيز ، ثم تتجه بعد ذلك إلى تطبيق كلا النوعين من المقدرات متخذة من دالة الإنتاج مثالا ، فالمربعات الصغرى غير المقيدة unrestricted least squares استخدمت في تقدير دالة الإنتاج غير المقيدة والمتمثلة في دالة إنتاج Transcendental production function واختصارا Translog production function ، ونظرا لأن دالة إنتاج Cobb-Douglas هي حالة خاصة من دالة إنتاج Translog ، فإن دالة إنتاج Cobb-Douglas تعتبر هي الصورة المقيدة لدالة إنتاج Translog ، ومن ثم يستخدم مقدر المربعات الصغرى المقيدة في تقديرها ، وبذلك نتمكن من مقارنة كفاءة مقدر المربعات الصغرى غير المقيدة بكفاءة مقدر المربعات الصغرى المقيدة من خلال تقدير دالتي الإنتاج للاقتصاد المصري باستخدام بيانات الفترة (١٩٩٩-٢٠١٠)م ، وبعد التقدير تتناول الدراسة تحليل بعض الجوانب الإحصائية الناجمة عن تقدير كلا الدالتين وكذلك تحليل مدى قبول النتائج المقدرة وفقا لمعايير النظرية الاقتصادية ، وبالطبع فإن الأولوية تعطى دائما لمعايير النظرية الاقتصادية يليها المعايير الإحصائية .

وطبقا لنتائج التقدير ، وجدت الدراسة أن دالة الإنتاج Translog لها مصفوفة var-covar أكبر من المصفوفة المناظرة لدالة Cobb-Douglas ، ومن ثم تكون دالة إنتاج Cobb-Douglas مقدرة بطريقة أكثر كفاءة ، ولكن في ظل رفض فرض العدم بأن القيود تختلف اختلاف معنويا عن الصفر ، تكون مقدرات المربعات الصغرى متحيزة ، وتكون مقدرات دالة إنتاج Translog غير متحيزة ، مع التحذير بأن وصف" غير المتحيز" ينصرف إلى المقدر وليس التقديرات الناجمة عن استخدام بيانات عينة معينة ، ورغم أن هناك أعراض الارتباط الخطي بين قيم المتغيرات التفسيرية لدالة Translog ، أدى إلى التأثير على معنوية بعض المعلمات ، وربما تغير إشارة القيم المقدرة لها ، إلا أن النتائج المقدرة من دالة الإنتاج غير المقيدة تتوافق عموما مع المعايير الاقتصادية ،

من حيث أن مرونات الإنتاج بالنسبة للعمل وبالنسبة لرأس المال موجبة ، ومرونة الإنتاج بالنسبة للحجم موجبة أيضا ، وعلى هذا فرغمَ أن مقدر دالة الإنتاج المقيدة أكثر كفاءة ، إلا أنه في ظل عدم صحة القيود يكون متحيز ، كما أن النتائج التي يعطيها المقدر غير المقيد لدالة إنتاجTranslog أفضل وفقا للمعايير الاقتصادية ، أخذا في الاعتبار أن احد الإشارات الهامة وهي أشارة معلمة ثابت الانحدار سالبة في النموذج المقيد وهو ما يخل بالمعايير الاقتصادية. وعندما تم إدخال متغير الاتجاه في دالة الإنتاج غير المقيدة أعطت نتائج تخالف المعايير الاقتصادية ، حيث أن المرونة المقدرة للإنتاج بالنسبة للعمل أصبحت سالبة ، كم أن مرونة الإنتاج بالنسبة للحجم أصبحت أيضا سالبة ، مما يدعونا لعدم إدخال الاتجاه كمتغير تفسيري في دالة الإنتاج، والاكتفاء بعاملي الإنتاج في دالة Translog ، طالما أن النتائج مقبولة اقتصاديا .

وتبدأ الدراسة باشتقاق مقدر المربعات الصغرى المقيدة ومصفوفة var-covar لهذا المقدر في المبحث الأول، وبيان مدى يكون متحيز أو غير متحيز ، ثم تعرض تقدير نموذج دالة إنتاج Translog ، وتلقى الضوء على مدى تحقق بعض المعايير الإحصائية للتقدير ، ثم تقدير دالة إنتاج Cobb-Douglas ، ثم المقارنة بين تقديرات الدالتين من حيث التباين والتغاير وقيم المعلمات المقدرة ، ومدى توافق نتائج التقدير مع المعايير الاقتصادية في المبحث الثاني ، وفي المبحث الثالث نعرض النموذج غير المقيد بعد إدخال الاتجاه Trend .

المبحث الأول: نموذج الدراسة

تتطلب الإجابة على تلك الأسئلة أن نشتقَ مقدر المربعات الصغرى العامة المقيدة وتباينه ونقارن بين الصيغ المقيدة وغير المقدرة ، فإذا كان هناك فرق ، فإننا نبحث سبب هذا الفرق في ظل افتراض أن القيود صحيحة وفي ظل افتراض أن القيد غير صحيح ، وفي التطبيق نقدر دالة الإنتاج ذات الصيغة المرنة وهي Translog- production function وهي دالة Transcendental production function باستخدام بيانات عن الاقتصاد المصري في الفترة (١٩٩٩-٢٠١٠)م ، ونفرض عليها قيود من النظرية الاقتصادية ، تلك القيود تمثل المعلومات غير العينية (من خارج بيانات العينة) ونقارن بين تقديرات دالة الإنتاج غير المقيدة وتقديرات النموذج غير المقيد ، ونحاول البحث عن التغيرات التي طرأت على التقديرات ، وهل يمكن أن نتكلم عن تغير من مجرد التطبيق على عينة واحدة ؟ أم أن هذا التغير له معني قياسي أخر؟

النموذج غير المقيد :

دعنا نصيغ النموذج القياسي الخطي في الصيغة : $y = XB + e$ ، حيث y : هي متجه أبعادة (T× 1) من قيم مشاهدات العينة ، X : هي مصفوفة المتغيرات التفسيرية لها قيم معلومة وأبعادها (T× K) والتي لها قيم ثابتة غير احتمالية في المعاينة المتكررة والمتغيرات التفسيرية ليس بينها ارتباط تام ، B : هي متجه عمود للمعاملات المجهولة وأبعاده (K× 1) ، e هي متجه عمود لمتغيرات حدود الأخطاء العشوائية وأبعاده (T× 1) ويفترض في تلك المتغيرات أنها مستقلة عن بعضها وقيم كل متغير منها غير مرتبطة مع قيم أي متغير عشوائي أخر وقيم كل منها موزعة بوسط = صفر وتباين ثابت $=\sigma^2$ ،وان قيمها موزعة توزيعا طبيعيا بمعني أن $\sigma^2\ I_T)$ $e \sim N(0,$ ، ومن المنظور الاقتصادي يمكن النظر إلى حد الخطأ العشوائي على أنه يمثل الأثر المجمع للمتغيرات التفسيرية المستبعدة من المصفوفة X هي ذات التأثير المتناهي في الصغر على Y ، وفي ظل تلك الافتراضات يمكن اشتقاق مقدر المربعات الصغرى للنموذج الطبيعي الخطي :

$b = (X'X)^{-1}X'y$ أما عن مصفوفة التباين والتغاير فهي

$E[(b - B)'(b - B)] = \sigma^2(X'X)^{-1}$ ،وتلك هي المقدرات غير المقيدة .

ولكن كما اشرنا قد تتاح للباحث من خلال النظرية الاقتصادية معلومات أخرى ملائمة من خارج العينة Non-sample –information ، وقد تكون تلك المعلومات متاحة في صور وصيغ مختلفة ومتاحة للاستخدام ، وسنحاول استخدام صورة منها متمثلة في فرض قيود على معلمة أو بعض المعلمات وسنشير إلى تلك المعلومات غير العينية بدقة عند تحليل دالة الإنتاج المصاغة في صورة Translog ، وتصاغ تلك المعلومات في صورة قيد متساوية خطية أو مجموعة علاقات خطية في الصيغة : RB=r ، حيث r : هي متجه عمود ($j \times 1$) لعناصر معلومة وهي قيم القيد أو القيود ، وأما المصفوفة R :فهي مصفوفة مصممة بحيث تحتوي على K من الأعمدة لتتوافق مع عدد الصفوف في المتجه B وعدد من الصفوف هو J وهو عدد القيود الكلية ومن ثم فإن أبعادها ($J \times K$) ، وهي كاملة الرتبة من حيث الصفوف full row rank ومن ثم فلابد وأن تكون $J \leq K$ وهي تعبر عن هيكل المعلومات عن المعلمات الفردية مثل المعلمة B_1 أو أي مزيج خطي من معلمات المتجه B ،ولابد أن تكون صفوف Rمستقلة عن بعضها فمثلا في الدراسة الحالية مثلا سنفرض قيدين الأول: B۲+B۳=۱ كقيد لثبات غلة الحجم ، والثاني أن $B_4=B_5=B_6=0$ لكي نختبر ما إذا كانت دالة إنتاج TRANSLOG لا تختلف اختلافا معنويا عن دالة إنتاج - Cobb Douglas، وبعد فرض القيود J على K ، سيتبقي K-۱ من المعلمات الحرة ، وفي نموذج الدراسة سيكون لدينا معلمات حرة عددها ٤ = ٢-٦=K-J وفي هذه الحالة سيصاغ القيد الخطي

RB=r بحيث R تكون مصفوفة رتبتها ٢X٦ أي صفين (مستقلين) في ٦أعمده أي أن $R=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ ، B' =[B_1 B_2 B_3 B_4 B_5 B_6]،والمتجه r هو متجه المعلومات عن المعلمات .

ومع توافر المعلومات من خارج العينة Non-sample information ، في الصورة : RB=r ، فإننا سنحاول مزجها مع المعلومات التي تحتويها عينة مشاهدات y . وحيث أن المعلومات عن المعلمات الفردية والمزيج الخطي منها تم صياغتها بحيث أنها معروفة بتأكد ، فلن يوجد فيها تقلب عيني (من عينة إلى عينة أخري) ومن ثم فإن المتساوية الخطية RB=r ستؤخذ على أنها معطاة أو قيد في أي عملية معاينة sampling وفي أي عملية تقدير ، ومن ثم فإن القيود على معلمة معينة أو أي مزيج خطي من المعلمات كما يحدد القيد RB=r ، سيجعل القيم التي تأخذها المعلمات الأخرى في النموذج مشروطة بهذا القيد ، بمعني أن قيم المعلمات في النموذج المقدر قبل القيد ستختلف عن قيم تلك المعلمات بعد إدخال القيد ، ومن ثم فإن قيم المعلمات مشروطة بالقيد .

فإذا استخدمنا طريقة المربعات الصغرى أو طريقة MLE وطبقناها على كل من عينة معلومات عينة المشاهدات عن y والمعلومات غير العينية المستمدة من القيد RB=r ، فإننا نكون بصدد إيجاد متجه المقدرات b^* التي تعظم الصيغة التربيعية $S= (y - XB)'(y - XB)$ في ظل القيد RB=r ، وباستخدام أسلوب لاجرانج نكون الدالة :

$L=e'e+2(r'-B'R')= (y - XB)'(y - XB) + 2(r'-B'R')$

وبفك القوسين تصبح الدالة المطلوب تدنينها :

$L= y'y- 2B'X'y +B'X'XB+ 2(r'-B'R')\lambda$ (١)

وبمفاضلة L جزئيا بالنسبة لكل B ، λ ، نحصل على المشتقتين التاليتين :

(i) $\frac{\partial L}{\partial B} = -2X'y + 2X'Xb^* - 2R'\lambda^* = 0$

(ii) $\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 2(r - Rb^*) = 0$

ومن المعادلة (i) نحصل على X'Xb*=X'Y+ R λ^* وبالضرب في $(X'X)^{-1}$ نحصل على :

$(X'X)^{-1}(X'X)b^* = (X'X)^{-1}(X'y + R\lambda^*)$

ومنها القيمة الحرجة لمقدر المربعات الصغرى المقيدة هو :

$b^* = (X'X)^{-1} X'y + (X'X)^{-1}R\lambda^*$ (2)

ومن الواضح أن الحد الأول من (٢) هو مقدر المربعات الصغرى (أو MLE) غير المقيدة b ، ومن ثم يصبح مقدر المربعات الصغرى المقيدة هو $b^*= b+ (X'X)^{-1}R\lambda^*$ وبضرب طرفي هذا المقدر في R نحصل على:

$$Rb^*=Rb+R\,(X'X)^{-1}R\lambda^* = r \quad (٣)$$

ومنها نحصل علي قيمة λ^* :

$$\lambda^* = [R(X'X)^{-1}R]^{-1}\ (r\text{-}Rb) \quad (٤)$$

لأنه من المعادلتين (i)، (ii) فإن التدنية المقيدة يجب أن تحقق القيد $Rb^*=r$ ، فباستخدام المتجه λ^* بالتعويض في (٢) نحصل على الصيغة النهائية لمقدر المربعات الصغرى (أو MLE) المقيدة وهي :

$$b^*=b+(X'X)^{-1}R'[R(X'X)^{-1}R]^{-1}\ (r\text{-}Rb) \quad (٥)$$

هذا المقدر يستخدم بيانات العينة sample information والمعلومات من خارج العينة non-sample information والتي غالبا ما تكون في شكل قيود على معلمات النموذج ولذلك يسمي المربعات الصغرى (أو MLE) المقيدة وهو مقدر يختلف عن مقدر المربعات الصغرى غير المقيدة b بمقدار الدالة الخطية في المتجه (r-Rb) .

متوسط وتباين المقدر b* :
مقدر المربعات الصغرى المقيدة يكون له القيمة المتوقعة التالية :

$$E(b^*)= E\{b+(X'X)^{-1}R'[R(X'X)^{-1}R']^{-1}(r- Rb)\}$$

$$=E[b] + (X'X)^{-1}R[R(X'X)^{-1}R']^{-1}(r-RE[b])$$

$$= B+(X'X)^{-1}R'[R(X'X)^{-1}R']^{-1}(r-RB) \quad (٦)$$

$$= B+ (X'X)^{-1}R'[R(X'X)^{-1}R']^{-1}\ (٠)=B \quad (٦^*)$$

حيث أننا أن القيد r-RB = ٠ صحيح ، وسنرمز للقيد بعد ذلك بالرمز δ = r-RB ، ومن ثم تكون b* تكون غير متحيزة إذا كان القيد صحيحا، ومعنى هذا أنه إذا كان القيد غير صحيح فإن مقدر المربعات الصغرى المقيدة سيكون متحيزا ، ومقدار التحيز = $(X'X)^{-1}R'[R(X'X)^{-1}R']^{-1}(r\text{-}RB)$

وللتوصل إلى Var-Covar (b*) ، نبدأ من المقدر غير المقيد :

$$b = (X'X)^{-1}X'y=(X'X)^{-1}X'(XB+e) =B+ (X'X)^{-1}X')e \quad (٧)$$

وبالتعويض في (٥) نحصل على :

$$b^* -B = (X'X)^{-1}X')e + (X'X)^{-1}R'[R(X'X)^{-1}R']^{-} (r\text{-}RB\text{-}R(X'X)^{-1}X' e)$$

$$= (X'X)^{-1}X')e + (X'X)^{-1}R'[R(X'X)^{-1}R']^{-1}R(X'X)^{-1}X' e$$

فإذا أخذنا المقدار $(X'X)^{-1}X'e$ عامل مشترك ، مع الأخذ في الاعتبار أن r-RB =٠ فإننا نحصل على المصفوفة :

$M^*=I-(X'X)^{-1}R'[R(X'X)^{-1}R']^{-1}R$ وهي مصفوفة idempotent ، فإن :

$$b^* - B = M^*(X'X)^{-1}X'e \qquad (٨)$$

ومنها يمكن التوصل إلى مصفوفة Var-Covar للمقدر b* :

$$Var(b^*) = \Sigma_{b^*} = E[(b^*-E(b^*))(b^*-E(b^*)')] = E[(b^*-B)(b^*-B)']$$

$$= E[M^*(X'X)^{-1}X'ee'X(X'X)^{-1}M^{*'}] = M^*(X'X)^{-1}X'E[ee']X(X'X)^{-1}M^{*'}$$

$$= \sigma^2 M^*(X'X)^{-1}M^{*'} = \sigma^2 M^*(X'X)^{-1}, \text{ where } E(ee') = \sigma^2 I$$

$$\Sigma_{b^*} = \sigma^2(X'X)^{-1} - \sigma^2(X'X)^{-1}R'[R(X'X)^{-1}R']^{-1}R(X'X)^{-1}$$

$$= \Sigma_b - \sigma^2(X'X)^{-1}R'[R(X'X)^{-1}R']^{-1}R(X'X)^{-1} \qquad (٩)$$

وحيث أن Σ_{b^*} = var-covar(b*) وأن Σ_b=var-covar(b) ، فإن مصفوفة var-covar لمقدر المربعات الصغرى المقيدة (b*) عناصر القطر الرئيسي فيها تساوى أو تقل عن العناصر المناظرة في المصفوفة Σ_b للمربعات الصغرى غير المقيدة .ويقرر Greene(٢٠١٢,p ١٦٢) أن احد طرق تفسير هذا التخفيض في التباين هو القيمة الكامنة للمعلومات التي يحتويها القيد. وبناءا على ذلك ويصبح المقدر b* هو أفضل مقدر خطي غير متحيز في نطاق المقدرات الخطية غير المتحيزة والتي هي دالة خطية في y والتي تستوفي أيضا القيد r-RB=٠ أو RB=r. وفي ظل افتراض أن قيم العينة للمتجه y هي متجه طبيعي متعدد المتغيرات multivariate normal ، فإن متجه مقدر المربعات الصغرى المقيدة يكون موزعا توزيعا طبيعيا بحيث أن: ($\sigma^2 M^*(X'X)^-$) $b^* \sim N(B, {}^{1}M^{*'})$

ويقرر Greene(٢٠١٢, p.١٦٢) ، أن المربعات الصغرى المقيدة تنطوي على حلا صريحا لمضاعف لاجرانج ، وهذا الحل الصريح يحتوي على القيد (Rb-r) فإذا حقق مقدر المربعات الصغرى المقيدة القيد ، فإن مضاعفات لاجرانج ستساوي صفر ومن ثم فإن b ستساوي b* ، وبالطبع هذا غير محتمل ، ومن ثم فإن الحل المقيد b* سيساوي الحل غير المقيد b مطروحا منه حد يأخذ في الحسبان فشل الحل غير المقيد في تحقيق القيد .

وإذا كان القيد غير صحيح فمن (٦) فإن المقدر المقيد :

$$E(B^*) = = B+(X'X)^{-1}R'[R(X'X)^{-1}R']^{-1}\delta \qquad (١٠)$$

وفي ظل أن X هي قيم ثابتة في المعاينة المتكررة فإن تباين b* يصبح :

$$\Sigma_{b^*} = E[(b^*-E(b^*))(b^*-E(b^*)')] = E[\{B+(X'X)^{-1}R'[R(X'X)^{-1}R']\delta$$

$$+M^*(X'X)^{-1}X'e\text{-}B\text{-}(X'X)^{-1}R'[R(X'X)^{-1}R']^{-1}\delta\}] \times [\{B + (X'X)^{-1}R'[R(X'X)^{-1}R']\delta \times M^*(X'X)^{-1}X'e\text{-}B\text{-}(X'X)^{-1}R'[R(X'X)^{-1}R']^{-1}\delta\}]$$

$$= \sigma^2(X'X)^{-1} - \sigma^2(X'X)^{-1}R'[R(X'X)^{-1}R']^{-1}R(X'X)^{-1} \qquad (١٠)$$

ويلاحظ أن Σ_{b^*} في (١٠) إذا كان القيد غير صحيح هي نفسها في (٩) إذا كان القيد صحيحا ومقدر المربعات الصغرى المقيد غير متحيز ، ولهذا سواء أكان القيد صحيحا أم غير صحيح أو كان مقدر المربعات الصغرى المقيدة متحيزا أم غير متحيز ، فإن مقدر المربعات الصغرى المقيدة ، والذي يستخدم معلومات من خارج بيانات العينة له مصفوفة VAR-COVAR أفضل من مصفوفة VAR-COVAR للمقدر الذي يستخدم فقط بيانات العينة.

وبناء على ما ورد في (١٠)فإن مقدر المربعات الصغرى المقيدة b* له تميز دقة excellent precision بالنسبة لمقدر المربعات الصغرى غير المقيدة وهو b ومقدر MLE وهو $\breve{B}$ ، ولكن ربما يكون مقدر المربعات الصغرى المقيدة b* ولا سيما إذا كان القيد غير صحيح ، ولقد عرض HILL etc., (١٩٨٨, ch.٢٠, pp٨١٢-٨١٧ للمفاضلة بين أداء المقدر b وأداء المقدر b* على أساس بناءا على مربع خطا الخسائر Squared error loss المقترن بكل مقدر ودالة المخاطر الخاص بالمقدر المقيد ρ (B,b*) ، ودالة المخاطر الخاصة بالمقدر غير المقيد ρ (B,b) ، حيث أن مخاطر مقدر المربعات الصغرى غير المقيد هي

$\sigma^2 tr\, I_K = \sigma^2$ K ومخاطر المربعات الصغرى المقيدة هي $\delta'\delta$ وعندما تتساوى كلا النوعين من المخاطر : $\delta'\delta$ = σ^2 K أي أن $\frac{\delta'\delta}{\sigma^2}$ = K أو أن $\frac{\delta'\delta}{2\sigma^2} = \frac{K}{2}$ ، فعندما تكون المعلومات من خارج العينة non-sample information في صورة قيود صحيحة ، فإن المكاسب في المخاطر الناجمة عن استخدام المربعات الصغرى المقيدة هي (σ^2 K) ، ويوضح Hill etc.,(١٩٨٨, p.٨١٦) بيانيا أنه في ظل مقياس مربع خطأ الخسائر كمقياس للأداء فإن المقدر المقيد يمكن أن يكون جيد جدا أو سيئ جدا (بالتحديد خطأ ومخاطره غير محدده unbounded). فأدائه بالمقارنة بالمربعات الصغرى يعتمد على نوعية المعلومات من خارج العينة . فإذا كانت المعلومات من خارج العينة هي بحيث أن :

$\delta'\delta/2\sigma^2 <$ K/٢ فإن ρ (B,b*)< ρ (B,b) ، وفي هذه الحالة تكون المربعات الصغرى المقيدة هي الأفضل ويتم اختيارها كطريقة للتقدير . أما إذا كانت القيود هي بحيث أن K/٢ < $\delta'\delta/2\sigma^2$، فإن المقدر المقيد هو أردأ بالنسبة للمربعات الصغرى غير المقيدة على نطاق غير محدد من فضاء العينة . ولكن لسوء الحظ فإن B ومن ثم فإن $2\sigma^2$ (B-r)'(B-r)/ = $\lambda = \delta'\delta/2\sigma^2$ غير معلومة . ومن ثم لا مفر أمام الباحثين في مواجهة عدم التأكد المقترن بخطأ

القيد من استخدام آلية اختبار الفروض لاختيار المقدر ، وتتمثل تلك الآلية فيما يسمي pretest estimator ، ولكن Prof. Peter Kennedy (٢٠٠٨,p.٢٠٥) أن استخدام pretest estimator ينطوي على تحيز هو تحيز سابق على الاختبار pretest bias ويتهكم على محاولات الاقتصاديين القياسيين في استخدام هذا المقدر بالعبارة "compute first and then think afterwards"

المبحث الثاني :صياغة نموذج دالة الإنتاج

أولا : النموذج غير المقيد :صياغة دالة الإنتاج Translog[1]:

تصاغ دالة الإنتاج المرنة في الصياغة transcendental أو اختصارا Translog في الصورة :

$$lnY = B_1 + B_2 ln$$

حيث ln : اللوغاريتم الطبيعي ، lnY : لوغاريتم الناتج المحلي الإجمالي ، lnL : لوغاريتم العمالة الكلية ، lnK: لوغاريتم رأس المال الثابت . B_i : تشير للمعلمات المطلوب تقدير قيمتها (حيث i=١,٢,.....٦) ، ε : تشير إلى حد الخطأ العشوائي .

وهذا هو النموذج غير المقيد لدالة الإنتاج Translog ، والنموذج المقيد هو دالة إنتاج Cobb-Douglas ، وذلك من خلال فرض القيد : $B_4 = B_5 = B_6 = 0$ لنحصل على النموذج المقيد لدالة الإنتاج وهو: $lnY = B_1 + B_2 lnL + B_3 lnK$

والآن ، نتجه لتقدير كلا من النموذجين ونقارن بينهما من حيث المعلمات والتباينات في ضوء الأساس النظري للمربعات الصغرى غير المقيدة والمربعات الصغرى المقيدة .

والبيانات المستخدمة في التقدير مصدرها تقرير البنك المركزي المصري لعام ٢٠١١م ، والبيانات هي للمتغيرات التالية :الناتج المحلي الحقيقي (الناتج المحلي بالأسعار الجارية مقسوم على المستوى العام للأسعار متمثل في الرقم القياسي لأسعار المستهلك ، والمتغير الثاني هو حجم العمالة الكلي total employment ، والمتغير الثالث هو رأس المال الثابت الحقيقي Real fixed capital ، وكل متغير هو في صورة سلسلة زمنية للفترة (١٩٩١-٢٠١٠)م.

١- تقدير النموذج غير المقيد لدالة الإنتاج Translog :

---

[1] نلاحظ أن كل من دالة كوب دوجلاس ودالة ف ranslog هي دوال transcendental function من الناحية الرياضية، ولكن جرى العرف اقتصاديا على أن يبقي أسم tranlog للدالة التي لها الصيغة غير المقيدة أعلاه والتي تكون المرونات فيها دالة في المتغيرات أي أن مروناتها ليست ثابتة ، وأسم دالة كوب دوجلاس يقتصر فقط على الدوال ذات المرونة الثابتة في الاقتصاد .

جدول(١)

Dependent Variable: Ln(K)
Method: Least Squares
Date: ١٢/١٥/١١ Time: ٢١:٠٦
Sample: ١٩٩١ ٢٠١٠
Included observations: ٢٠
Newey-West HAC Standard Errors & Covariance (lag truncation=٢)

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	٣.٨٨٧٣٩٦	١٦.٠٣٦٩٣	٠.٢٤٢٤٠٣	٠.٨١٢٠
Ln(L)	−٧.٥٨٥٤١٨	١٥.٠٠٧٦٣	−٠.٥٠٥٤٣٧	٠.٦٢١١
Ln (K)	٤.٦٧٢٨٩٩	٣.٠٨٠٤٣١	١.٥١٦٩٦٣	٠.١٥١٥
٠.٥*(Ln(L))^٢	٦.٤١٥٤٤٩	٧.٠٠٢١٢٤	٠.٩١٦٢١٥	٠.٣٧٥١
٠.٥*(Ln(K))^٢	٠.٦٢٨٨٥١	٠.٢٧٩٦٨٥	٢.٢٤٨٤٢٩	٠.٠٤١٢
Ln(L)*Ln(K)	−٢.٣١٧٠٥٩	١.٤٠٦١٦٢	−١.٦٤٧٧٩٠	٠.١٢١٦

R-squared	٠.٩٨٥٩٣٩	Mean dependent var	٥.٧٦١٥٦٦
Adjusted R-squared	٠.٩٨٠٩١٨	S.D. dependent var	٠.٦٠٧٩٨٨
S.E. of regression	٠.٠٨٣٩٨٧	Akaike info criterion	−١.٨٧٢٩٩٣
Sum squared resid	٠.٠٩٨٧٥٣	Schwarz criterion	−١.٥٧٤٢٧٣
Log likelihood	٢٤.٧٢٩٩٣	Hannan-Quinn criter.	−١.٨١٤٦٧٩
F-statistic	١٩٦.٣٣٧٤	Durbin-Watson stat	١.٤٦٨٩٢٠
Prob(F-statistic)	٠.٠٠٠٠٠٠		

٢ − بالمصاخي قلوبا بتغرادقفلا جذومنا

(أ) Translog Production Function

لوجا

Breusch-Godfrey Serial Correlation LM Test:

F-statistic	٠.٥٨١٣٧٥	Prob. F(٢,١٢)	٠.٥٧٤١
Obs*R-squared	١.٧٦٦٧٢٩	Prob. Chi-Square(٢)	٠.٤١٣٤

من الواضح أن إحصائية اختبار فرض العدم بعدم وجود ارتباط ذاتي بين قيم حد الخطأ العشوائي وهي : LM= N*R٢=٢٠*٠.٠٨٨٣٧٦٦٧ ، وهي قيمة تقل عن القيمة الحرجة لإحصائية χ^2 = ٥.٩٩ بدرجات حرية =٢ ، ومستوى معنوية =٠.٠٥ ، ولذلك يوجد تأييد لفرض العدم بعدم معاناة دالة إنتاج Translog من ارتباط ذاتي بين قيم حد الخطأ العشوائي للانحدار .

(ب) لي ذاوشعلا أطخلا وقلاعلا رابتخا

Translog لكه

Series: Residuals	
Sample ١٩٩١ ٢٠١٠	
Observations ٢٠	
Mean	-٢.٥٧e-١٥
Median	٠.٠٠٨٥٢٧
Maximum	٠.١٣٥٨٠٩
Minimum	-٠.١٧٢٨٧٥
Std. Dev.	٠.٠٧٢٠٩٤
Skewness	-٠.٣٩٤٩٢١
Kurtosis	٣.١٦٨٩٩١
Jarque-Bera	٠.٥٤٣٦٧٣
Probability	٠.٧٦١٩٧٩

ومن الواضح أن حد الخطا العشوائي موزعا توزيعا طبيعيا لأن احصائية JB تقل عن القيمة الحرجة لاحصائية ٥.٩٩= χ^2 وبالتالي لا تقدم بيانات العينة دليلا لرفض فرض العدم بأن بواقي الانحدار موزعة توزيعا طبيعيا .

٣-اختبار السكون لبواقي الانحدار stationarity of residuals :

جدول (٣)

Null Hypothesis: D(EHAT١) has a unit root
Exogenous: None
Lag Length: ٠ (Automatic based on SIC, MAXLAG=٤)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-٥.٨٢١٥٩٥	٠.٠٠٠٠
Test critical values:	١% level	-٢.٦٩٩٧٦٩	
	٥% level	-١.٩٦١٤٠٩	
	١٠% level	-١.٦٠٦٦١٠	

*MacKinnon (١٩٩٦) one-sided p-values.
Warning: Probabilities and critical values calculated for ٢٠ observations and may not be accurate for a sample size of ١٨

من الواضح أن البواقي المقدرة من المزيج الخطي ln(Y) ، ln(K) ، ln(L) الذي استخدم في دالة إنتاج Translog تتمتع بخاصية السكون stationary عند مستوى معنوية ٠.٠٥ ، ومن

ثم فهذه المتغيرات متكاملة **contigrated** ، سواء أكان ذلك من جدول (٣) أو من جدول (٤) (حيث قيمة الإحصائية المقدرة بخط بارز وهي أكبر من القيمة الحرجة أسفل منها)

جدول (٤)

Null Hypothesis: RES has a unit root
Exogenous: Constant
Lag Length: ٠ (Automatic based on SIC, MAXLAG=٤)

		t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic		-٣.٧١٩٩١٩	٠.٠١٢٦
Test critical values:	١% level	-٣.٨٣١٥١١	
	٥% level	-٣.٠٢٩٩٧٠	
	١٠% level	-٢.٦٥٥١٩٤	

*MacKinnon (١٩٩٦) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(RES)
Method: Least Squares
Date: ٠١/٠٧/١٢ Time: ٢٢:١٨
Sample (adjusted): ١٩٩٢ ٢٠١٠
Included observations: ١٩ after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
RES(-١)	-٠.٩٠١٢١٣	٠.٢٤٢٢٦٧	-٣.٧١٩٩١٩	٠.٠٠١٧
C	٠.٠٠٣٠٢٧	٠.٠٢٤٩٠٠	٠.١٢١٥٦٥	٠.٩٠٤٧

R-squared	٠.٤٤٨٧٢٨	Mean dependent var	-٠.٠٠٠٥٣٩
Adjusted R-squared	٠.٤١٦٣٠١	S.D. dependent var	٠.١٤١٩٥٧
S.E. of regression	٠.١٠٨٤٥٦	Akaike info criterion	-١.٥٠٥٦٥٢
Sum squared resid	٠.١٩٩٩٦٤	Schwarz criterion	-١.٤٠٦٢٣٧
Log likelihood	١٦.٣٠٣٦٩	Hannan-Quinn criter.	-١.٤٨٨٨٢٧
F-statistic	١٣.٨٣٧٨٠	Durbin-Watson stat	١.٩٤٨٠٣٠
Prob(F-statistic)	٠.٠٠١٧٠٣		

٤-هل يوجد فرق بين دالة **TRANSLOG** ودالة **Cobb-Douglas** ؟

لاختبار هذا الفرق ، نرجع للفرق بين دالتي الإنتاج ، فنجد الفرق يكمن في أن المعلمات $B_٤$ ، $B_٥$، $B_٦$ موجودة في دالة **Transog** وغير موجودة في دالة **Cobb-Douglas** ، وفي ضوء تلك الصياغة نصيغ القيد في صورة فرض العدم التالي :

القيد المفروض هو : اختبار فرض العدم $H_٠ : B_٤=B_٥=B_٦=٠$

والفرض البديل هو أن: واحدة من تلك المعلمات على الأقل تختلف عن الصفر: $H_١$

وإحصائية الاختبار المقدرة لهذا الفرض هي :

جدول (٥)

Wald Test:
Equation: Untitled

Test Statistic	Value	df	Probability
F-statistic	٨.٤٤٠٠٦٠	(٣, ١٤)	٠.٠٠١٩
Chi-square	٢٥.٣٢٠١٨	٣	٠.٠٠٠٠

Null Hypothesis Summary:

Normalized Restriction (= ٠)	Value	Std. Err.
C(٤)	٦.٤١٥٤٤٩	٧.٠٠٢١٢٤
C(٥)	٠.٦٢٨٨٥١	٠.٢٧٩٦٨٥
C(٦)	-٢.٣١٧٠٥٩	١.٤٠٦١٦٢

Restrictions are linear in coefficients.

ومن الواضح طبقا لقيمة إحصائية الاختبار وهي F=٨.٤٤ ، وهي أكبر من القيمة الحرجة هي F(٣,١٤,٠.٠٥)=٣.٧٤ أو $\chi^2 = 25.32$ هي أكبر من القيمة الحرجة ١٢.٨٤= $\chi^2_{3,.05}$ ، ولهذا فإن هناك فرق معنوي بين دالة إنتاج Translog ، ودالة إنتاج Cobb-Douglas ، وتصبح المعاملات $B_٤, B_٥, B_٦$ كل منها على حده يختلف اختلافا معنويا عن الصفر، أي تضيف إضافة معنوية تختلف عن الصفر للمقدرة التفسيرية لدالة إنتاج Translog ، ومن ثم فإن الدليل من العينة يؤيد دالة الإنتاج: Translog.

٥- اختبار ثبات غلة الحجم في دالة Translog:

يتم أجراء هذا الاختبار في دالة TRANSLOG من خلال افتراض[٢] أن :

$B_٢+B_٣=١$ وأن $B_٤+B_٥+٢B_٦=٠$ ، ومن ثم يصبح كل من فرض العدم والفرض البديل كما يلي :

فرض العدم : $H_٠: B_٢+B_٣=١, \quad B_٤+B_٥+٢B_٦=٠$

والفرض البديل هو : $H_١ : B_٢+B_٣ \neq ١ , \quad B_٤+B_٥+٢B_٦ \neq 0$

والجدول (٦) يحتوى على القيمة المقدرة لإحصائية الاختبار وهي :

٢.W. Greene, " *Econometric analysis*" ٧th., edit, Pearson, ٢٠١١, p.١٦٤

جدول (٦)

Wald Test:
Equation: Untitled

Test Statistic	Value	df	Probability
F-statistic	٨,٩٤٠٠٢٨	(٢, ١٤)	٠,٠٠٣١
Chi-square	١٧,٨٨٠٠٦	٢	٠,٠٠٠١

Null Hypothesis Summary:

Normalized Restriction (= ٠)	Value	Std. Err.
-١ + C(٢) + C(٣)	-٣,٩١٢٥١٩	١٢,٠٦٤١٧
C(٤) + C(٥) + ٢*C(٦)	٢,٤١٠١٨٢	٤,٥٢٤٥٢٩

Restrictions are linear in coefficients.

من الواضح أن قيمة F= ٨.٩٤المحسوبة(في جدول ٦) أكبر من القيمة الحرجة $F_{(2,14,0.05)} =$ 3.74 ومن ثم فإن بيانات العينة تقدم دليلا على أن دالة **Translog** لم تخضع لثبات غلة الحجم ،بل خضعت لتزايد غلة الحجم وسوف نختبر نفس الفرض لدالة كوب دوجلاس المقدرة من بيانات الاقتصاد المصري للفترة (١٩٩١-٢٠١٠)م ،وسنجد أنها توضح أن الاقتصاد المصري خضع لتزايد غلة الحجم في الفترة المذكورة .

٦- هل مرونات الإنتاج بالنسبة لكل من العمل L ، ورأس المال K سالبة أم موجبة في دالة إنتاج **Translog** ؟

$$\frac{\partial \ln(Y)}{\partial \ln(L)} = -7.585418 + 6.415449 * \ln(L) + (-2.317059) * \ln(K)$$

وعند المتوسط : mean ln(L)= ٢.٨٩٩٦٩٢ وأن mean ln (K)=٤.٠٨٢١٩٢

فإن قيمة مرونة الإنتاج بالنسبة للعمل عند متوسط (ln(L :

$$\frac{\partial \ln(Y)}{\partial \ln(L)} = -7.58$$
$$(-2.31$$

أما عن مرونة الإنتاج بالنسبة لرأس المال عند متوسط ln(K) :

$$\frac{\partial \ln(Y)}{\partial \ln(K)} = ٤.٦٧٢٨$$

$$= ٤.٦٧٢٨٩٩+(.٦٢٨٨٥١) * (٤.٠٨٢١٩٢) +$$
$$(-٢.٣١٧٠٥٩) * (٢.٨٩٩٦٩٢) = ٠.٠٥٢١٢٣٢٠ > ٠$$

وهما مرونتان موجبتان.

ويلاحظ في دالة إنتاج **Translog** أن المرونة المقدرة الإنتاج الكلي بالنسبة للعمل(١.٥٦) أكبر من مرونة الإنتاج بالنسبة لرأس المال(٠.٥٢) حوالي ثلاث مرات ، ولكنها أكبر منها بحوالي ١٣ مرة في التقدير الخاص بدالة كوب دوجلاس ، وهذا يعنى أن الإنتاج الكلي في مصر أكثر حساسية

لمدخل العمل منها بالنسبة لرأس المال في تقديرات الدالتين ، وهذا قد يشير إلى أن قيد العمل الماهر المدرب قد يكون هو القيد الرئيسي binding constraintالمحدد للزيادة المحتملة في الإنتاج الكلي في مصر ، وليس عنصر رأس المال على عكس الشائع أن عنصر العمل أكثر وفرة نسبيا في مصر ، ولكن أي نوع من العمل هو المطلوب للإنتاج؟بالتأكيد هو العمل الماهر،فعملية التنمية تتطلب العامل الذي يجيد العمل ويحترم قيم العمل وتتوافر فيه المهارات الفنية اللازمة لأداء العمل بأقل تكلفة ممكنه .

٧- مرونة الإنتاج بالنسبة للحجم : Scale elasticity of output

وتعرف بأنها النسبة المئوية للتغير في الإنتاج الكلي عندما تزيد كل عوامل الإنتاج بنسبة واحدة مثلا ولتكن ١% ، فإذا كانت هذه المرونة أكبر من واحد ، فإن الإنتاج يخضع لتزايد غلة الحجم ، وإذا كانت تلك المرونة أقل من واحد فإن الإنتاج يخضع لتناقص غلة الحجم . وفي ضوء أن :

مرونة الإنتاج بالنسبة للحجم = مرونة الإنتاج بالنسبة للعمل +مرونة الإنتاج بالنسبة لرأس المال

فعند متوسط قيمة كل من ln(K) ومتوسط ln(L) ، فإن القيمة المقدرة لتلك المرونة من دالة إنتاج Translog هي :

Scale elasticity of output= ١.٥٥٨٧٣+ ٠.٥٢١٢٣٢=٢.٠٧٩٩٦٢

أي أن الإنتاج الكلي يخضع لتزايد غلة الحجم وفقا لدالة إنتاج Translog ، وهي نفس النتيجة تقريبا التي توصل إليه تقدير دالة إنتاج Cobb- Douglas حيث أن تقدير تلك المرونة = ٢.٧٧٤٧٤ أي اكبر من الواحد ويعكس تزايد غلة الحجم.

ثانيا: النموذج المقيد لدالة الإنتاج :

(أ) دالة الإنتاج المقيدة Restricted production function وهي دالة كوب دوجلاس على الصورة : $lnY = B_1 + B_2 lnL + B_3 lnK$

جدول (٧)تقدير النموذج المقيد (Cobb-Douglas production function)

Dependent Variable: Ln(Y)
Method: Least Squares
Date: ١٢/١٥/١١ Time: ٢٠:٤٥
Sample: ١٩٩١ ٢٠١٠
Included observations: ٢٠
Newey-West HAC Standard Errors & Covariance (lag truncation=٢)

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-٢.٤٣٢٢٢٨	٠.٧٦٢٩٨٤	-٣.١٨٧٧٨٢	٠.٠٠٥٤
Ln(L)	٢.٥٥٥٢٥٢	٠.٣٥٩٤٩٤	٧.١٠٧٩٠٩	٠.٠٠٠٠
Ln(K)	٠.١٩٢١٤٠	٠.٠٧٣٥٢٩	٢.٦١٣١٣١	٠.٠١٨٢

R-squared	٠.٩٧٠٦١٩	Mean dependent var	٥.٧٦١٥٦٦
Adjusted R-squared	٠.٩٦٧١٦٢	S.D. dependent var	٠.٦٠٧٩٨٨
S.E. of regression	٠.١١٠١٧٥	Akaike info criterion	-١.٤٣٦٠١٠
Sum squared resid	٠.٢٠٦٣٥٥	Schwarz criterion	-١.٢٨٦٦٥١
Log likelihood	١٧.٣٦٠١٠	Hannan-Quinn criter.	-١.٤٠٦٨٥٤
F-statistic	٢٨٠.٧٩٨٦	Durbin-Watson stat	١.٧٥٧٨٠٤
Prob(F-statistic)	٠.٠٠٠٠٠٠		

(ب)اختبار نوع غلة الحجم في دالة إنتاج Cobb-Douglas :

يتم هذا الاختبار في ظل فرض العدم بأن $B_2+B_3 = 1$ والجدول التالي يحتوي على إحصائية الاختبار المقدرة ، سواء إحصائية F أو في صورة χ^2 .

جدول (٨)

Wald Test:
Equation: Untitled

Test Statistic	Value	df	Probability
F-statistic	٣٦.٥٣٩٠٧	(١, ١٧)	٠.٠٠٠٠
Chi-square	٣٦.٥٣٩٠٧	١	٠.٠٠٠٠

Null Hypothesis Summary:

Normalized Restriction (= ٠)	Value	Std. Err.
-١ + C(٢) + C(٣)	١.٧٤٧٣٩٢	٠.٢٨٩٠٧٦

Restrictions are linear in coefficients.

من الواضح أن القيمة المقدرة لإحصائية الاختبار وهي F=٣٦.٥٤ تشير إلى أن بيانات العينة لا تقدم دليلا يؤيد فرض العدم بثبات غلة الحجم في الاقتصاد المصري خلال فترة الدراسة (١٩٩١-٢٠١٠)م ، ومن الواضح أن مجموع القيمة المقدرة لمرونة الإنتاج بالنسبة للعمل + القيمة المقدرة لمرونة الإنتاج بالنسبة لرأس المال= ٢.٧٧٤٧٤ أي تزيد عن الواحد بمقدار = ١.٧٤٧٣٩٢ ويقترن هذا الفرق بخطأ معياري = ٠.٢٨٩٠٧٦ ،والمحسوب من التباينات والتغايرات المقدرة في جدول (٩)وهو :

جدول (٩) var-covar

	C	Ln(K)	Ln(L)
C	٠.٥٨٢١٤٥	٠.٠٠٥٢٥٥٢	-٠.٢٧٢٩١٢
Ln(K)	٠.٠٠٥٢٥٥٢	٠.٠٠٥٤٠٦	-٠.٠٠٢٥٥٣٩
Ln(L)	-٠.٢٧٢٩١٢	-٠.٠٠٢٥٥٣٩	٠.١٢٩٢٣٦

$Var(B_2+B_3-1) = var(B_2) + var(B_3) + 2covr(B_2,B_3) = ٠.٠٠٥٤٠٦ + ٠.١٢٩٢٣٦ + ٢(-٠.٠٠٢٥٥٣٩) = ٠.٠٨٣٥٦٤$

$Se(B_2+B_3-1) = \sqrt{0.083564} =$ ٠.٢٨٩٠٧٤٣٨٤٩

فمجموع المرونتين لا يزيد عن الواحد فقط بل أن الزيادة في مجموع المرونتين عن الواحد ، يختلف اختلافا معنويا عن الصفر ، وهذا يعني أن دالة إنتاج Cobb-Douglas تؤيد فرض تزايد غلة الحجم في الاقتصاد المصري خلال فترة العينة مثلها في ذلك مثل دالة الإنتاج غير المقيدة Translog.

المبحث الثالث : مقارنة المربعات الصغرى المقيدة والمربعات الصغرى غير المقيدة

الكفاءة من حيث التباين والتغاير :

نستعرض في هذا الجزء مقارنة بين المربعات الصغرى غير المقيدة والمقيدة ، متذكرين أن مقدر المربعات الصغرى المقيدة يستخدم مقدار من المعلومات أكثر من كمية المعلومات التي يستخدمها مقدر المربعات الصغرى غير المقيدة ، ولقد عرفنا أن القيود لو كانت صحيحة فإن مقدر المربعات الصغرى المقيدة سيكون غير متحيز ، ولكن له تباين أصغر من تباين المربعات الصغرى غير المقيدة ، وإذا كان القيد غير صحيح سيكون المقدر المقيد متحيزا ولكن تباينه أصغر من تباين المقدر غير المقيد ، وسنحاول الآن أن نقارن بين التقديرات التي ينتجها لنا كلا المقدرين : تقديرات المقدر غير المقيد الذي يستخدم فقط بيانات العينة وتقديرات المقدر المقيد الذي يستخدم بيانات العينة والبيانات من خارج العينة متمثلة في القيود التي تفرض على معلمات النموذج بواسطة النظرية الاقتصادية ، ويحتوى الجدول (a-١٠) على تباينات معلمات دالتي الإنتاج فقط ، بينما يحتوى جدول(b-١٠) على التغايرات والتباينات ، ومن جدول (a-١٠) يلاحظ أن تباينات معلمات دالة Translog أكبر من تباينات معلمات دالة Cobb-Douglas ، وهو ما يشير إلى أن المقدر المقيد أكثر كفاءة من المقدر غير المقيد .

جدول (a-١٠)

Estimated covariance matrix for Translog Cobb-Douglas coefficient estimation

	unrestricted variance	restricted variance
C	٢٥٧.١٨٣١	٠.٥٨٢١٤٥
Ln L	٢٢٥.٢٢٩١	٠.١٢٩٢٣٦
Ln k	٩.٤٨٩٠٥٥	٠.٠٠٥٤٠٦
$.5\ln^2 L$	٤٩.٠٢٩٧٣	
$.5\ln^2 K$	٠.٠٧٨٢٢٤	
LnL*lnK	١.٩٧٧٢٩١	

وفي الجدول (b-١٠) تغايرات وتباينات الدالتين ،والتقديرات الخاصة بتباينات وتغايرات دالة كوب-دوجلاس وضعت بين قوسين أسفل نظيراتها الخاصة بدالة Translog ، وأيضا من الواضح أن القيم المقدرة لتغايرات معلمات دالة كوب -دوجلاس ، وهي الدالة المقيدة ، أقل من القيم المقدرة لتغايرات معلمات دالة Translog .

Table (١٠-b) Var- COVA Matrix for Tranlog (Cobb-Doglass) of estimated coefficient

	C	Log L	Log k	.٥ln L	.٥ln K	LnL*lnK
C	٢٥٧.١٨٣١ (٠.٥٨٢١٤٥)	-٢٣٩.٠٩٠٢ (-٢.٧٢٩١٢)	٤٥.٨٧٢٩٥ (٠.٠٥٢٥٥٢)	١١٠.٢٨٠٤	٤.١٨٠٥٧٨	-٢١.١٣٥٠٨
Log L	-٢٣٩.٠٩٠٢ (-.٢٧٢٩١٢)	٢٢٥.٢٢٩١ (٠.١٧٩٢٣٦)	-٤٤.٥٨٧٠ (-.٠٢٥٥٣٩)	-١٠٤.٧٨٨	-٣.٩٦٦٦١٢	٢٠.٤٤٨٨٢
Log k	٤٥.٨٧٢ (٠.٠٥٢٥٥٢)	-٤٤.٥٨٧ (-.٠٢٥٥٣٩)	٩.٤٨٩١ (٠.٠٠٥٤٠٦)	٢١.١٧١	٠.٨١٤٠٠٩	-٤.٣٢٢٦٧٣
.٥ln L	١١٠.٢٨٠٤	-١٠٤.٧٨٨	٢١.١٧١	٤٩.٠٢٩٧٣	١.٨٦١١٨٨	-٩.٦٨٧٩٧
.٥ln K	٤.١٨٠٥٧٨	-٣.٩٦٦٦١٢	.٨١٤٠٠٩٠	١.٨٦١١٨٨	٠.٠٧٨٢٢٤	-٠.٣٧٩٠٦٤
LnL*lnK	-٢١.١٣٥٠٨	٢٠.٤٤٨٨٢	-٤.٣٢٢٦٧٣	-٩.٦٨٧٩٧	-٠.٣٧٩٠٦٤	١.٩٧٧٧٩١

إذا من الواضح من جدول (١٠-a) ،وجدول (١٠-b) أن عناصر مصفوفة var -covar للنموذج المقيد (Cob-Douglass) أقل من العناصر المناظرة لها والخاصة بدالة Translog ، وهذا يعني أن تقدير Cobb-Douglass أكثر كفاءة لأنه يستخدم حجم أكبر من المعلومات متمثلة في المعلومات المستمدة من بيانات العينة والبيانات المستمدة من النظرية الاقتصادية متمثلة في القيود على المعلمات ، وإذا افترضنا أن القيود صحيحة ، فإن المقدر المقيد يكون ليس فقط أكفأ ولكن أيضا غير متحيز. فهل القيود صحيحة أم غير صحيحة ؟

من اختبار القيود الخاصة بالفرق بين دالة إنتاج Translog ودالة إنتاج Cobb- Douglas وجدنا أن القيمة المحسوبة لإحصائية الاختبار وهي : F=٨.٤٤ ، وهي أكبر من القيمة الحرجة هي F(٣,١٤,٠.٠٥)=٣.٧٤ أو $\chi^2 = 25.32$ هي أكبر من القيمة الحرجة ١٢.٨٤= $\chi^2_{3,.05}$ ، ولهذا فإن هناك فرقا معنويا بين دالة إنتاج Translog ، ودالة إنتاج Cobb-Douglas ، وتصبح المعلمات $B_٤, B_٥, B_٦$ كل منها على حده يختلف اختلافا معنويا عن الصفر، أي تضيف إضافة معنوية تختلف عن الصفر للمقدرة التفسيرية لدالة إنتاج Translog ، ومن ثم فإن الدليل من العينة يؤيد دالة الإنتاج: Translog. بمعني أن هذا الاختبار لا يؤيد صحة القيود ، ومن ثم فإن القيود تكون غير صحيحة ، وبالتالي تصبح معلمات النموذج المقيد متحيزة ، ولكن تظل تبايناتها أقل من تباينات معلمات النموذج غير المقيد .

المقارنة بين المعلمات المقدرة :

من المعادلة (٥) فإن المقدر المقيد للمربعات الصغرى هو:

$$b^* = (X'X)^{-1})X'Y \quad +(X'X)^{-1}R'\left[R(X'X)^{-1}R\right]^{-1} \text{ (r-Rb)} \qquad (٥)$$

ولنتذكر أن المقدر غير المقيد للمربعات الصغرى هو $b= (X'X)^{-1})X'Y$ ، ولهذا فإن المقدر المقيد: *b ، أكبر من المقدر غير المقيد: b ، ورغم أننا لا نزعم أن المقدر هو التقدير ، ولكننا هنا نقارن مقدر مع مقدر وبعد ذلك نقارن تقدير مع تقدير ، ورغم أن النظرية الإحصائية لا تقرر أن خصائص المقدر تنصرف بالضرورة إلى التقدير الناتج عن استخدام المقدر في الحصول على تقدير من بيانات عينة واحدة ، ولكن الخصائص المرغوبة للمقدر تنصرف إلى متوسط التقديرات الناجمة عن تطبيقه على عدد كبير جدا من العينات ، ولكننا هنا سنقارن تقدير قيم المعلمات الناجمة عن المربعات غير المقيدة بتقدير قيم المعلمات من المربعات الصغرى المقيدة ، والجدول (١١) يحتوى على تقدير معلمات النموذجين والمتغير التابع LnY في النموذجين:

جدول (١١) دوال الإنتاج المقدرة

		Transcendental logarithmic production function		Cobb-Douglass production function		
Sum of squared residuals		٠.٠٩٨٧٥٣		٠.٢٠٦٣٥٥		
Standard error of regression		٠.٠٨٣٩٨٧		٠.١١٠١٧٥		
R-squared		٠.٩٨٥٩٣٩		٠.٩٧٠٦١٩		
Adjusted R-squared		.٩٨٠٩١٨٠		٠.٩٦٧١٦٢		
Number of observations		٢٠		٢٠		
variable	coefficient	Standard error	t-ratio	coefficient	Standard error	t-ratio
C	٣.٨٨٧٣٩٦	١٦.٠٣١٩٣	٠.٢٤٢٤٠٣	-٢.٤٣٢٢٢٨	٠.٧٦٢٩٨٤	-٣١٨٧٧٨٢
Ln L	-٧.٥٨٥٤١٨	١٥.٠٠٧٩٣	-٠.٥٠٥٤٣٧	٢.٥٥٥٢٥٢	٠.٣٥٩٤٩٤	٧.١٠٧٩٠٩
Log k	٤.٦٧٢٨٩٩	٣.٠٨٠٤٣١	١.٥١٦٩٦٣	٠.١٩٢١٤٠	٠.٠٧٣٥٢٩	٢.٦١٣١٣١
.٥ln L	٦.٤١٥٤٤٩	٧.٠٠٢١٢٤	٠.٩١٦٢١٥			
.٥ln K	٠.٦٢٨٨٥١	٠.٢٧٩٩٨٥	٢.٢٤٨٤٢٩			
LnL*lnK	-٢.٣١٧٠٥٩	١.١٩٢٤٠٦	-١.٦٤٧٧٩			

من جدول (١١) نجد أن هناك عدة ملاحظات على تقديرات الدالتين :

١- أن ثابت دالة كوب-دوجلاس سالب ويختلف معنويا عن الصفر ، بينما هو موجب ولا يختلف معنويا عن الصفر في دالة Translog وقد يكون لثابت الانحدار مغزى اقتصادي في بعض الحالات

٢- بعض المعلمات الأخرى المقدرة في نموذج Translog سالبة (مثل المعامل المقدر $B_٢$ =-٧.٥٨٥ وهو معامل LnL والمعامل $B_٦$ =-٢.٣١٧ وهو معامل LnL*LnK)وبقية المعلمات المقدرة موجبة ، ولكن لا يمكن مقارنة معلمات النموذجين بهذا الشكل ، ولكن يمكن مقارنة مرونة الإنتاج بالنسبة لكل من العمل ورأس المال في النموذجين، فلقد سبق حساب تلك المرونات من المعلمات المقدرة ، عند متوسط LnL ومتوسط Lnk وبالتالي يمكن مقارنة قيم المرونات المقدرة من نموذج Translog(غير المقيد) مع المرونات المقدرة من نموذج كوب- دوجلاس في الجدول (١٢):

جدول (١٢)مقارنة القيم المقدرة للمرونات من نموذج Translog ونموذج Cobb-Douglas

Translog elasticity(unrestricted model)	Cobb-Douglas(restricted model)
elasticity of Y w.r.to L = ١.٥٥٨٧٣	elasticity of Y w.r.to L = ٢.٥٥٥٢٥٢
elasticity of Y w.r.to K= ٠.٥٢١٢٣٢	elasticity of Y w.r.to K= ٠.١٩٢١٤٠

٣- من الواضح أن المرونة المقدرة للإنتاج بالنسبة للعمل أكبر من المرونة المقدرة للإنتاج بالنسبة لرأس المال في كلا النموذجين ، ولكن على حين أن مرونة الإنتاج بالنسبة للعمل في النموذج المقيد اكبر من نظيرتها في النموذج غير المقيد ، فإن مرونة الإنتاج بالنسبة لرأس المال أكبر في النموذج غير المقيد عنها في النموذج المقيد ، وبالتالي ، فالنتيجة التي يقررها المقدر بان قيمة مقدر المربعات الصغرى المقيدة أكبر من قيمة مقدر المربعات الصغرى غير المقيدة يمكن ألا نحصل عليها من مجرد تطبيق المقدر على عينة واحدة ، فربما يكون أفضل لو تم عمل Sampling experiment ، فهنا يمكن التعميم في أن القيم المتحصل عليها من sampling experiment تكون صحيحة في المتوسط ، وبعدها نقارن كلا التقديرين الناجمين عن تطبيق المقدر غير المقيد والمقدر المقيد.

٤- أن النموذج غير المقيد المقدر وهو نموذج دالة إنتاج Translog : أعطى R^2 = ٠.٩٨٥٩ وهي قيمة مرتفعة ، وإحصائية F=١٩٦.٣٣٧ وقيمة P-value=٠.٠٠٠٠ المناظرة لها وهي تشير إلى مقدرة تفسيرية للنموذج عالية المعنوية، ولكن أعطى قيم مقدرة غير معنوية للمعلمات في معظمها ،كما أن أشارة بعضها خطأ، وهذه أعراض تظهر عندما يكون هناك ارتباط خطي متعدد multicollinearity بين المتغيرات التفسيرية ، وهو ما قد يؤدي إلى صعوبة فصل أثر المتغيرات التفسيرية على المتغير التابع ، بمعنى يصعب الحصول على تقدير دقيق عن مرونة الإنتاج بالنسبة لكل من العمل ورأس المال عن بعضهما ، وربما تكون هذه أسباب عدم تمكننا من إجراء مقارنة منتظمة بين تقديرات قيم المرونات في النموذج غير المقيد الذي يعاني بشدة من الارتباط الخطي مع تقدير مرونات النموذج المقيد الذي قد لا يعاني من نفس شدة درجة الارتباط الخطي بين لوغاريتم العمل مع لوغاريتم رأس المال ، لأن النموذج غير المقيد يحتوي على مربعات المتغيرات التفسيرية ويحتوي حاصل ضربهما في بعضها (والذي يمثل التفاعل المشترك بينهما). وربما ينجم هذا من الاتجاه الموجود في المتغيرات ، ولنجرب إدخال الاتجاه العام صراحة بإدخال المتغير (T) الذي قد يعكس أثر التقدم التكنولوجي المحايد ، وهذا ما يتناوله المبحث الثالث .

المبحث الثالث :إدخال الاتجاه في دالة الإنتاج غير المقيدة :

جدول (١٣) تقدير دالة الإنتاج غير المقيدة بعد إدخال الاتجاه كمتغير تفسيري في الدالة

Dependent Variable: Ln (Y)
Method: Least Squares
Date: ٠١/٢٩/١٢ Time: ١٧:٥٠
Sample: ١٩٩١ ٢٠١٠
Included observations: ٢٠
Newey-West HAC Standard Errors & Covariance (lag truncation=٢)

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	٥٩.٩٣٠٨٣	٢٠.٨٩٤٧٧	٢.٨٦٨٢٢٢	٠.٠١٣٢
Ln(L)	-٤٨.٣٥٧٤٠	١٧.٩١٥٨٣	-٢.٦٩٩١٤٣	٠.٠١٨٢
Ln(K)	٨.٧٠٨٧٩٢	٣.٢٤٣٩١٥	٢.٦٨٤٦٥٥	٠.٠١٨٧
٠.٥*(Ln(L))^٢	٢١.٥٥٢٦٦	٧.٨٧٦٠٣٦	٢.٧٣٦٤٨٦	٠.٠١٧٠
٠.٥*(Ln(K))^٢	١.٠٦٥٧٢٨	٠.٢٩٤١٧٠	٣.٦٢٢٨٢٥	٠.٠٠٣١
Ln(L)*Ln(K)	-٤.٢٥٩٢٤٢	١.٤٨٣٨٨٩	-٢.٨٧٠٣٢٣	٠.٠١٣١
T	٠.١٢٢٦١٩	٠.٠٣٢٦٢٠	٣.٧٥٨٩٦٧	٠.٠٠٢٤

R-squared	٠.٩٩٢٩٥٥	Mean dependent var	٥.٧٦١٥٦٦
Adjusted R-squared	٠.٩٨٩٧٠٣	S.D. dependent var	٠.٦٠٧٩٨٨
S.E. of regression	٠.٠٦١٦٩٤	Akaike info criterion	-٢.٤٦٤٠٣٤
Sum squared resid	٠.٠٤٩٤٨٠	Schwarz criterion	-٢.١١٥٥٢٨
Log likelihood	٣١.٦٤٠٣٤	Hannan-Quinn criter.	-٢.٣٩٦٠٠٢
F-statistic	٣٠٥.٣٧٣٩	Durbin-Watson stat	٢.٣٤٢١٥٧
Prob(F-statistic)	٠.٠٠٠٠٠٠		

من التقديرات في جدول (١٥) أتضح أن إدخال الاتجاه كمتغير تفسيري أثر على مدى معنوية المعلمات المقدرة ، فأصبحت كل المعلمات المقدرة تختلف اختلاف معنويا عن الصفر ، فمن أين جاء هذا التغير ؟ وهل هو تغير إيجابي أم غير إيجابي من المنظور الاقتصادي ؟

للإجابة نبدأ من إحصائية (t) والتي نحصل عليها بقسمة المعلمة المقدرة مقسومة على الخطأ المعياري لتلك المعلمة ، فماذا طرأ على القيم المقدرة للمعلمات ؟ وماذا طرأ على خطأها المعياري ؟ وما مدى قبول النتائج قياسيا (إحصائيا) واقتصاديا ؟ نوضح ما طرأ من تغير على قيم المعلمات وما طرأ من تغير على خطأها المعياري في الجدول (١٣).

جدول ١٣

	Parameters without trend	Parameters with trend	Direction of change absolute value	Std. Error without trend	Std. Error With trend	Direction of change absolute value
C	٣.٨٨٧٣٩٦	٥٩.٩٣٠٨٣	↑	١٦.٠٣٦٩٣	٢٠.٨٩٤٧٧	↑
Ln(L)	-٧.٥٨٥٤١٨	-٤٨.٣٥٧٤٠	↑	١٥.٠٠٧٦٣	١٧.٩١٥٨٣	↑
Ln(K)	٤.٦٧٢٨٩٩	٨.٧٠٨٧٩٢		٣.٠٨٠٤٣١	٣.٢٤٣٩١٥	
٠.٥*(Ln(L))^٢	٦.٤١٥٤٤٩	٢١.٥٥٢٦٦		٧.٠٠٢١٢٤	٧.٨٧٦٠٣٦	
٠.٥*(Ln(K))^٢	٠.٦٢٨٨٥١	١.٠٦٥٧٢٨		٠.٢٧٩٦٨٥	٠.٢٩٤١٧٠	
Ln(L)*Ln(K)	-٢.٣١٧٠٥٩	-٤.٢٥٩٢٤٢		١.١٦٢٤٠٦	١.٤٨٣٨٨٩	
T		٠.١٢٢٦١٩			٠.٠٣٢٦٢٠	

من الواضح أن القيم المطلقة للمعلمات المقدرة قد ارتفعت في النموذج الذي يحتوى على الاتجاه trend عنه في النموذج الذي لا يحتوى على الاتجاه كمتغير تفسيري ، كما أن القيم المقدرة للخطأ المعياري لمعلمات النموذج الذي به اتجاه ارتفع أيضا عن الخطأ المعياري للنموذج الذي لا يحتوى على اتجاه ، كما يتضح من اتجاه الأسهم ، ولكن بالطبع ارتفاع قيمة المعلمات كان بنسبة أكبر من نسبة ارتفاع الخطأ المعياري حتى ترتفع قيمة إحصائية t في النموذج الذي به اتجاه ، وتصبح كل المعلمات معنوية في النموذج الذي به اتجاه ، بمعنى أن إدخال الاتجاه ساهم في تحسين دقة التقدير ، وهذا يعتبر جيد من المنظور الإحصائي ولكن هل اقترن هذا التحسن بتحسن في المحتوى الاقتصادي في تفسير النتائج ؟

يكون التحسن في النتائج بعد إدخال الاتجاه مقبولا إذا كان يتوافق مع المعايير والتوقعات الاقتصادية المسبقة ، وإذا كان التغير في النتائج مخالف لمعايير النظرية الاقتصادية ، فإنه يكون غير مقبول ، ولاسيما أن النظرية الاقتصادية لا تقرر أصلا إدخال الاتجاه ضمن المتغيرات التفسيرية لدالة الإنتاج ، فالاتجاه ليس عامل إنتاج ، ولكنه قد يكون مؤشرا في الأجل الطويل للتقدم التكنولوجي . وأهم معيار اقتصادي أن تكون كل من مرونة الإنتاج بالنسبة لكل من العمل ورأس المال موجبة ، ولا يهم أن تكون أكبر أو أقل من الواحد ، ولكن تكون قيمة غير سالبة (غالبا موجبة) ، وعند متوسط كل من لوغاريتم العمل فإن تلك المرونات هي المشتقات التالية:

$$\frac{\partial \ln(Y)}{\partial ln(L)} = -48.35740 + 21.55266 * \ln(L) + (-4.259242) * \ln(K)$$

وعند المتوسط : mean ln(L)= ٢.٨٩٩٦٩٢ وأن mean ln (K)=٤.٠٨٢١٩٢

فإن قيمة مرونة الإنتاج بالنسبة للعمل عند متوسط ln(L) :

$$\frac{\partial \ln(Y)}{\partial ln(L)} = -48.35740 + (21.55266) * (2.899692) + (-4.259242) * (4.082192) = -3.2483678 < 0 \quad (\text{negative})$$

أما عن مرونة الإنتاج بالنسبة لرأس المال عند متوسط ln(K) :

$$\frac{\partial \ln(Y)}{\partial ln(K)} = 8.708792 + 1.065728 * \ln(K) + (-4.259242) * \ln(L)$$

$$=8.708792+(1.065728) * (4.082192) + (-4.259242) * (2.899692) = 0.70881 > 0 \quad (positive)$$

وتقدير قيمة سالبة لمرونة الإنتاج بالنسبة للعمل مخالف لتوقعات النظرية الاقتصادية ، وإن كانت مرونة الإنتاج بالنسبة لرأس المال موجبة ، وهذا مقبول اقتصاديا .

ومن ناحية أخرى فإن مرونة الإنتاج بالنسبة للحجم والتي تساوي مجموع (مرونة الإنتاج بالنسبة للعمل + مرونة الإنتاج بالنسبة لرأس المال) وقيمتها المقدرة =

(٢.٥٣٩٥٥٧٨ -)، وهي قيمة سالبة ، وهي تعني أن زيادة كمية عوامل الإنتاج (العمل ورأس المال معا) بنسبة ما ولتكن مثلا ١٠% يؤدي إلى نقص الإنتاج الكلي بنسبة ٢٥.٤% تقريبا ، وهو منطق غير مقبول اقتصاديا ، ولهذا فإن النموذج المقدر من خلال إدخال

الاتجاه كمتغير تفسيري في دالة الإنتاج بنتائجه الحالية غير مقبول اقتصاديا ، لأن تلك النتائج (ولاسيما المرونة السالبة للإنتاج بالنسبة للعمل وبالنسبة للحجم scale) تتعارض مع التوقعات المسبقة للنظرية الاقتصادية .

وعلى هذا فالنموذج غير المقيد الذي لا يدخل الاتجاه كمتغير تفسيري يعطي نتائج متوافقة مع التوقعات المسبقة للنظرية الاقتصادية أفضل نتائج النموذج المقدر و به اتجاه ، ومن ثم يصبح النموذج غير المقيد بدون اتجاه والذي تكون مقدراته غير متحيزة وإن كانت أقل كفاءة من نموذج دالة الإنتاج المقيدة والتي تتميز في ظل الدراسة الحالية بأن الاختبارات الإحصائية رفضت القيود ، فالقيود تختلف اختلاف معنويا عن الصفر ، مما يعنى أن دالة إنتاج Translog تختلف عن دالة Cobb-Douglas ، وأن دالة إنتاج Translog (النموذج غير المقيد وبدون اتجاه) يعطي نتائج لا تتعارض مع النظرية الاقتصادية ، من حيث :

١- ثابت الانحدار موجب ، وثابت الانحدار هو مؤشر عن التكنولوجي المحايد .

٢- أن مرونة الإنتاج بالنسبة للعمل وبالنسبة لرأس المال موجبتان .

٣- مرونة الإنتاج بالنسبة للحجم موجبة ، وأكبر من ٢ ، أي أن الاقتصاد المصري في تلك الفترة (١٩٩١-٢٠١٠)م خضع لتزايد على الحجم .

٤- وعندما اختبرنا فرض العدم بثبات غلة الحجم ، لم تقدم بيانات العينة دليلا يؤيد فرض العدم ، وبهذا فإن نتائج الاختبار الإحصائي توافقت مع ما أشارت إليه المرونة المقدرة للإنتاج بالنسبة للحجم .

وبخصوص أفضلية النموذج غير المقيد على المقيد أتضح أن النموذج غير المقيد (بدون اتجاه) لم يخل بأي معيار إحصائي أو اقتصادي ولكن النموذج المقيد أعطي ثابت انحدار سالب ويختلف معنويا عن الصفر ، وهذا يتعارض مع المعايير الاقتصادية ، كما أننا عند اختبار الفرض بمدى صحة القيود التي تجعل هناك فرق بين دالة إنتاج Cobb-Douglas ودالة إنتاج Translog، رفضنا فرض العدم بمعنى أن القيود غير صحيحة ، ومن ثم فنتيجة الاختبار تعطي تأييدا ضمنيا لصياغة Translog .

ولقد لاحظنا أن معامل التحديد أكبر في النموذج غير المقيد ، وهذا يعزى إلى أن النموذج غير المقيد يحتوى عددا اكبر من المتغيرات التفسيرية ، ومن ثم خطأ معياري اقل للنموذج ككل ، ولكن مشكلة الارتباط الخطي المتعدد في النموذج لها مظاهر انعكست في ارتفاع الأخطاء المعيارية ، ومن ثم انخفاض دقة التقدير .

وإذا كان النموذج المقيد أكثر كفاءة لأن تباينات المعلمات أقل ، فإن المقدرات تكون متحيزة في ظل عدم صحة القيود ، ومن ثم يجب الموازنة بين التحيز والكفاءة من خلال متوسط مربع الخطأ ، ولاسيما وأن كل معلوماتنا عن التحيز هي من النظرية وليس من التقدير ، لأن كل ما نملكه هو عينة واحدة ، كما أننا لا نعرف القيمة الحقيقية لأي معلمة لكي نستطيع تقدير حجم التحيز الفعلي .

خلاصة ما تقدم هو أفضلية النموذج غير المقيد على النموذج المقيد بخصوص تقدير دالة الإنتاج في مصر في ضوء عينة الدراسة وفي ضوء المبررات الاقتصادية والإحصائية التي تم عرضها في الفقرات السابقة مباشرة .

تبقي هنا بعض الملاحظات ختامية وهي أن دالة الإنتاج تفترض الكفاءة الفنية **technical efficiency** ، بمعني أنها توضح أقصى حجم للإنتاج يمكن تحقيقه من كل توليفة من العمل ورأس المال ، وقد تكون هناك صعوبة في التأكد من مدى تحقق الكفاءة الفنية عند تطبيق دالة الإنتاج على مستوى الاقتصاد ككل ، ولكن في ظل افتراض الرشد الاقتصادي في استخدام عوامل النتاج ، يمكن افتراض تحقق الكفاءة الفنية على وجه التقريب.

والملاحظة الثانية خاصة بقياس حجم الإنتاج ، فالإنتاج في الاقتصاد هو القيمة المضافة ، والإنتاج هنا يقاس بوحدات عينية ، وعلى المستوى الكلي فإن الناتج المحلى الإجمالي الحقيقي هو مجموع القيم المضافة لكافة القطاعات على مستوى الاقتصاد المحلي .

والملاحظة الثالثة خاصة بطريقة قياس عوامل الإنتاج ، ولاسيما عنصر رأس المال وهو عنصر غير متجانس إلى حد كبير ، وقياسه على المستوى الكلي عملية تقريبية ، وإن كانت القيمة السوقية للعناصر التي تدخل تحت رأس المال تقاس نقدا(بقيمها بالأسعار الجارية) ثم تحول إلى قيم حقيقية(بالقسمة على الرقم القياسي للأسعار) ، ومن ثم يكون الناتج الحدي لرأس المال هو التغير في الإنتاج الكلي الناتج عن التغير في قيمة رأس المال بمقدار وحدة واحدة (الوحدة هنا ليست الجنيه ولكن قد تكون الوحدة على المستوى الكلي هي مليون جنيه حقيقي).

هذه الصعوبات المقترنه بدالة الإنتاج[٣] تعرض لها تفصيلا اقتصاديون مثل **Gardner Ackley(١٩٧٨, ch.٢) ، Michael Intriligator(١٩٧٨,ch.٨, pp. ٢٦٢-٢٨٤)** ، واقترح **Prof. Ackley** أن تستخدم صيغة خطية تعبر عن العلاقة بين الإنتاج وكميات عوامل الإنتاج ، ولا تستخدم بالمعنى الذي تستخدم فيه دالة الإنتاج كعلاقة فنية ، ولكن تلك الدعوى لم تلقى قبولا ، ومازال الاقتصاديون يستخدمون دالة الإنتاج بالمعنى المتعارف عليه بين الاقتصاديون ، وهذا ما اتبعته هذه الدراسة .

---

[٣] Ackley, G., " *Macroeconomics: Theory and Policy*" , ٢nd., edit ., McMillan, ١٩٧٨
Intriligator, M., " *Econometric Models, Techniques, and Applications*" Prentice-Hall, Inc Cliffs, New Jersey, ١٩٧٨.

الخاتمة والنتائج

تناولت هذه الدراسة تحليل جانبين : الأول قياسي ويتمثل في تحليل مدى كفاءة المربعات الصغرى غير المقيدة في مواجهة المربعات الصغرى المقيدة ، حيث تم اشتقاق مقدر المربعات الصغرى المقيدة ومصفوفة التغاير والتباين لهذا المقدر ، ومقارنته بمقدر المربعات الصغرى غير المقيدة ، وأتضح من الصيغة الرياضية للمقدر وتباينه أن مقدر المربعات الصغرى غير المقيدة اقل من قيمة مقدر المربعات الصغرى المقيدة ، وأيضا أن تباين مقدر المربعات الصغرى المقيدة اقل من التباين غير المقيد ، لأن المقدر المقيد يستخدم كم اكبر من المعلومات مقارنة بالكمية التي يستخدمها المقدر غير المقيد وهي: معلومات ناتجة من بيانات العينة ومعلومات غير عينية non-sample information ، ناتجة من القيود التي تقدمها النظرية الاقتصادية لكي نتحول من دالة الإنتاج غير المقيدة إلى الدالة المقيدة ، فإذا كان القيد صحيحا ، يكون مقدر المربعات الصغرى المقيدة غير متحيز ، وإذا كان القيد غير صحيح يكون مقدر المربعات الصغرى متحيزا ، ولكن في كل الحالات يكون المقدر المقيد له تباين أقل من المقدر غير المقيد.

والجانب الثاني : اقتصادي ويتمثل في استخدام المقدر غير المقيد في تقدير دالة إنتاج Translog ، والمقدر المقيد في تقدير دالة إنتاج Cobb-Douglas ، باعتبار أن دالة إنتاج Cobb-Douglas هي حالة خاصة من دالة إنتاج Translog ، فمن خلال فرض قيود على معلمات نموذج دالة إنتاج Translog ، نحصل على دالة إنتاج Cobb- Douglas ، ولقد اتضح من التقدير أن النموذج غير المقيد لدالة إنتاج Translog وإن كان له مصفوفة تباين- تغاير أكبر من تلك الخاصة بالنموذج المقيد ، ومن ثم فهو أكثر من المنظور الإحصائي ، إلا أن النموذج غير المقيد لدالة Translog أكثر تماشيا مع المعايير الاقتصادية وتحقيقا لها بالمقارنة مع النموذج المقيد ، فهو :

١- يعطي مرونة إنتاج بالنسبة لكل من العمل ورأس المال موجبة .

٢- مرونة الإنتاج بالنسبة للعمل في الاقتصاد المصري في فترة الدراسة (١٩٩٩-٢٠١٠)م = ٣ مرات مرونة الإنتاج بالنسبة لرأس المال ، ولكنها أكبر منها بحوالي ١٣ مرة في التقدير الخاص بدالة كوب دوجلاس ، وهذا يعنى أن الإنتاج الكلي في مصر أكثر حساسية لمدخل العمل منها بالنسبة لرأس المال في تقديرات الدالتين ، وهذا قد يشير إلى أن قيد العمل الماهر المدرب قد يكون هو القيد الرئيسي binding constraintالمحدد للزيادة المحتملة في الإنتاج الكلي في مصر ، وليس عنصر رأس المال على عكس الشائع أن عنصر العمل متوفر نسبيا في مصر ، ولكن أي نوع من العمل المطلوب للعملية الإنتاجية؟ بالتأكيد هو العمل الماهر، فعملية التنمية تتطلب العامل الذي يجيد المهارات المطلوبة لنوع العمل والذي يحترم قيم العمل وتتوافر فيه المهارات الفنية اللازمة لأداء العمل بأقل تكلفة ممكنه .

٣- عند اختبار فرض العدم بثبات غلة الحجم في النموذجين ، تم رفض الفرض لصالح خضوع الاقتصاد المصري لفرض تزايد غلة الحجم ، ففي النموذج المقيد كانت مرونة الإنتاج بالنسبة للحجم = ٢.٧٨ ، وفي النموذج غير المقيد كانت = ٢.٠٧٩٩٦٢ ، وكلا المرونتين موجبتين .

٤- ثابت الانحدار في النموذج المقيد سالب ،وهذا ما لا يتوافق مع التوقعات الاقتصادية المسبقة ، ولكنه موجب في النموذج غير المقيد وبالتالي يتوافق مع التوقع المسبق اقتصاديا .

٥- في محاولة للحد من مشكلة الارتباط الخطي المتعدد في النموذج غير المقيد ، تم إدخال الاتجاه trend ، كمتغير تفسيري ، فتحسنت دقة التقدير ، ومن ثم أصبحت كل المعلمات معنوية ، ولكن أختلت بعض المعايير الاقتصادية متمثلة في : (أ) ثابت الانحدار أصبحت قيمته سالبة ، (ب) القيمة المقدرة لمرونة الإنتاج بالنسبة للعمل أصبحت سالبة ، (ج) المرونة المقدرة للإنتاج بالنسبة للحجم أصبحت سالبة أيضا ، مما يعني علاقة عكسية بين الإنتاج والحجم ، وهذا مخالف للتوقع المسبق اقتصاديا،ولهذا تم التخلي عن إدخال الاتجاه كمتغير تفسيري ، والإبقاء على نموذج دالة إنتاج Translog بمتغيري العمل ورأس المال وبدون اتجاه.

أهم توصية لهذه الدراسة هي :حيث أن القيد الأساسي على الإنتاج في مصر هو عنصر العمل ، فإنه يجب زيادة عنصر العمل المشارك في العملية الإنتاجية كما ونوعا ،والكم معروف من خلال إما زيادة العمل أو عدد العاملين أما النوع فينصرف إلى رفع مستوى مهارة عنصر العمل بالتعليم والتدريب وزيادة التأهيل وفقا للمهارات المطلوبة لكل عملية إنتاجية على حدة .

المراجع

١- Ackley, G., " *Macroeconomics: Theory and Policy*" , ٢nd., edit. McMillan, ١٩٧٨

٢-Bosanko D., and Braeutigam R., " *Microeconomics*" ٣rd., edit., John Wiley and Sons, Inc., ٢٠٠٨, pp.١٨٧-٢١٩

٣- David G., " A Brief History of Production Function and its Role in Economics" , *Proceedings of ASBBS*, vol. ١٨, No. ١,٢٠١١, PP. ٦٥-٦٩

٤- W. Greene, " *Econometric Analysis*" ٧th., edit , Pearson, ٢٠١٢, pp.١٦١-١٦٧

٥- Intriligator, M., " *Econometric Models, Techniques, and Applications*" Prentice-Hall, inc Cliffs, New Jersey,١٩٧٨, pp. ٢٦٢-٢٨٤

٦- Johnston J. and DiNARDO J. " *Econometric Methods*" ٤th., Edit., McGraw-HILL Companies, Inc., ١٩٩٧,PP.٩٥-٩٩

٧- Judge G., Hill C., Griffiths, W., Lutkepohl, H., and Lee T., " *Introduction to the Theory and Practice of Econometrics*" ٢nd., edit, John Wiley, ١٩٨٨, pp ٢٣٥-٢٤٠

٨- Kennedy, P., " *A Guide to Econometrics*" ٦th., Blackwell publishing, ٢٠٠٨, p.٢٠٥

٩- Perloff ,J., " *Microeconomics with Calculus* " ٢nd., Pearson,٢٠١٢, pp. ١٧٧-٢٠٠٩

١٠ Snyder C., and Nicholson W., " *Microeconomic Theory : Basic Principles and Extensions*" ١١th., edit, South-Western, ٢٠١٢, p. ٦٧٤