بسم الله الرحمن الرحيم

نظرية المباريات وتطبيقاتها في التأمين

Game Theory and its Application in Insurance

د/ محمد عبد المولى عثمان

مدرس التأمين والرياضة
كلية التجارة – جامعة طنطا

نظرية المباريات وتطبيقاتها فى التأمين

Game Theory and its Application in Insurance

مقدمة :

إذا ألقينا نظرة على النماذج الرياضية لوجدنا أنها تلعب دورا بارزا فى العلوم الأكتوارية ، حيث أمكن تطبيقها بشكل واسع فى التأمين فعلى سبيل المثال قد ذكر (Borch , 1972) أن النماذج الرياضية إستخدمت فى التأمين منذ فترة طويلة وعلى رأسها قانون الوفاة لجومبيرتز Gompertz ، فضلا عن ذلك فقد ذكر (Green , 1916) أن نظرية المباريات Game theory تعتبر أحد العلوم الرياضية والإحصائية التى لها دورا هاما فى التأمين وإدارة الخطر .

وقد أمكن تطبيق نظرية المباريات على نطاق واسع فى العلوم الإجتماعية والسلوكية بصفة عامة وفى التأمين على وجه الخصوص بإعتباره أخر فروع العلوم الإجتماعية وذلك بعد العمل الرائد الذى كان على يد كل من Von - Neumann and Morgenstern فى ١٩٤٤ ، فكان أول تطبيق لنظرية المباريات Game theory فى التأمين على يد (William , Jr . 1960) فى ١٩٦٠. ثم تطبيق تالى له على يد (Borch , 1960) فى السنة التالية ثم أخيرا تطبيق جديد على يد (alon & Lemaire , 1981)

وفى هذا البحث يحاول الباحث عمل محاولة نظرية رياضية لتطبيق نظرية المباريات على كل فروع التأمين بصفة عامة ثم عمل دراسة تطبيقية لهذه المحاولة على أحد فروع التأمين وهو " التأمين على الحياة " .

ويشتمل هذا البحث على مباحث ثلاثة على النحو الآتى :

المبحث الأول : يتناول طبيعة المشكلة .

المبحث الثانى : يعرض نموذج رياضى نظرى لنظرية المباريات .

المبحث الثالث : يشتمل على الدراسة التطبيقية للنموذج الرياضى على تأمين الحياة .

المبحث الأول
١ - طبيعة المشكلة

يقصد بعملية الإكتتاب " دراسة وفحص الأخطار بقصد قبولها أو رفضها (١) كما يرى البعض الأخر أن عملية الإكتتاب Underwriting هى عملية تحديد للأخطار التى يجب أن تقبلها شركة التأمين من بين الأخطار المعروضة عليها وكيف يمكن التأمين عليها وبأية شروط وبأية مبالغ . لذا يتولى ذلك شخص يسمى Underwriter حيث يستلم طلب التأمين Insurance Application من Company`s agents ويفحصه ثم يقرر هل الشركة ستقبل هذا التأمين أم لا وفى حالة القبول سيتولى Underwritter تحديد السعر الملائم وتحديد وثيقة التأمين (٢) .

من ثم فإننا يمكننا القول بأن المهمة الرئيسية التى يقوم بها Underwriter هى إتخاذ القرار فى طلبات التأمين التى تعرض عليه هل تقبل أم ترفض ؟ حيث يقوم بفحص بيانات طلب التأمين وهو عبارة عن نموذج مطبوع تعده شركة التأمين حيث تضع به عدة أسئلة وإستفسارات عن طريق الإجابة عليها يمكن للمكتب أن يحصل على أكبر قدر ممكن من المعلومات والبيانات سواء المتعلقة بطالب التأمين نفسه (فى تأمينات الحياة) أو الشىء موضوع التأمين (فى التأمينات العامة) وعن طريق هذا الطلب يستطيع Underwriter قبول أو رفض التأمين وذلك حسب إجابة طالب التأمين على الأسئلة الواردة بطلب التأمين .

ومن الجدير بالذكر أن عملية إختيار الخطر Risk Selection عملية جوهرية يتوقف عليها نجاح شركة التأمين فإذا لم يتم الإختيار السليم للأخطار فهذا يؤدى بالتالى إلى زيادة حجم الخسائر التى تلتزم بها الشركة قبل المستأمنين عن الأقساط التى تحصلها ، وهذا قد يعرض الشركة للإفلاس The Company may be ruined فعملية إختيار الأخطار ليس الغرض منها فقط تجنب إكتتاب الأخطار الرديئة (Adverse Selection) بل الهدف الرئيسى منها هو زيادة

---

(١) أنظر فى ذلك :

د / سلامة عبد الله ، الخطر والتأمين ، الطبعة الثالثة ، دار النهضة العربية - ١٩٧٢ .

(٢) أنظر فى ذلك : Crane , Frederick G . (1984) pp . 410 - 433

حجم وربحية العمليات التأمينية الجيدة التى تقبلها الشركة عن طريق إختيار ملائم للأخطار

ويجدر الإشارة أن قسم الإكتتاب Underwriting department ليست مهتمة فقط Risk selection بل يتولى فضلا عن ذلك تسعير الوثيقة وإعدادها فضلا عن الإجابة على كل إستفسارات العملاء .

وخلاصة القول كما أشار بعض كتاب التأمين (١) بأن عملية الإكتتاب لها ثلاثة أغراض رئيسية هى : -

١ - ضمان أمان توزيع الأخطار

To secure safe distribution of risks .

٢ - ضمان مربح لتوزيع الأخطار

To secure a profitable distribution of risks .

٣ - المحافظة على العدالة بين حاملى الوثائق

To maintain Equity among individual policyholders .

* وبتحليل ماسلف عرضه من مفهوم عملية الإكتتاب فى شركات التأمين يمكننا أن تستخلص أبعاد المشكلة كما يلى : -

١ - أن عملية الإكتتاب فى كل فروع التأمين يتولاها شخص أو أكثر فى شركة التأمين فى قسم الإكتتاب أو الاصدار وهو مايطلق عليه Underwriter حيث يتولى الإختيار السليم للأخطار التى تعرض عليه من منتجى التأمين Agents فيمكنه إصدار قرار بقبول طلب التأمين أو رفضه وذلك حسب إجابات طالب التأمين - Insurance Applicant على الأسئلة الواردة بطلب التأمين وبناء على تقريرى المنتج والوكيل .

٢ - أن طالب التأمين يقوم بالإجابة على أسئلة طلب التأمين لذا فمن المحتمل أن تكون كل إجاباته صحيحة وجوهرية فضلا عن ذلك قد تكون هناك محاباه بين المنتج وطالب التأمين

---

(١) إنظر فى ذلك :

Huebner , S.S. , Black , J . & cline , R.S. (1982) Property and liability Insurance Third edition , prentice - Hall Inc . Englewood Cliffs pp 560 - 565

التأمين نتيجة لقرابة أو صداقة بينهما مما يجعل الأول يتغاضى فى تقريـــره الـــذى يقدمه لشركة التأمين عن الثانى عن بعض الأمور الجوهرية التى إذا إتضحت للشركـــة فى بداية التأمين لرفضت طلب التأمين ، فعلى سبيل المثال فى تأمينات الحياة إذا أراد طالب التأمين شراء وثيقة تأمين على الحياة بدون كشف طبى تهربا من الكشف الطبى بسبب مرض يصيبه ويعلم المنتج ذلك المرض ورغم ذلك يبين فى تقريره للشركة أن طالب التأمين يتمتع بصحة جيدة .

ومن ثم فإننا نجد أن هناك طرفين عند إصدار شركة التأمين لأى عملية (أى إصدار وثيقة) هما مكتتب التأمين Underwriter (الذى يمثل شركة التأمين) وطالب التأمين هدف الأول الحصول على أكبر ربح ممكن بينما هدف الأخر هو دفع أقل قسط ممكن .

لهذا فيضع كل طرف إستراتيجياته لتحقيق هدفه الذى يسعى إليه ، فالطرف الأول يكون أمامه إستراتيجيتين هما قبول التأمين إذا كان يعود عليه بالفائدة والمنفعة أو رفض التأمين إذا كان سينشأ عنه خسارة أما الطرف الثانى فيضع هو الأخر إستراتيجيات مقابلة والتى تتفاوت حسب نوع التأمين المزمع شرائه .

من ثم يمكن القول بأنه يمكن إستخدام نظرية المباريات Game theory لحل مشاكل الإكتتاب فى التأمين طالما هناك طرفين عند إكتتاب أى عملية تأمينية .

٢ - الهدف من البحث :

يهدف من البحث إلى : -

١ - محاولة وضع نموذج رياضى نظرى A theoretical Mathematical Model لمشكلـــة الإكتتاب فى التأمين بإستخدام نظرية المباريات Game Theory وفقا لفروض معينة .

٢ - تطبيق المحاولة السالفة على أحد فروع التأمين (تأمينات الحياة) بناء على بيانات فعلية مجمعة من سجلات شركة الشرق للتأمين .

٣ - بيان أيهما أفضل لشركة التأمين عند البت فى إصدار وثائق التأمين على الحياة (التى يشمله البحث (١)) هل قبول الوثيقة بكشف طبى أم بدون كشف طبى أم يفض القبول بكليهما معا مع وجود تحفظ على القبول بدون كشف طبى .

٤ - العينة : The Sample

بإستطلاع الباحث لسجلات إدارة إصدار تأمينات الحياة بمنطقة وسط وغرب الدلتا لشركة الشرق للتأمين (الكائنة بطنطا) تبين أن هناك سياستين للشركة لإصدار وثائق تأمينات الحياة هما : -

١ - إصدار الوثيقة بدون كشف طبى ولكن بشروط معينة هى : -

أ - ألا يزيد مبلغ التأمين عن ٥٠٠٠ جنيه .

ب - ألا يزيد مجموع سن المؤمن على حياته بالإضافة إلى مدة التأمين عن ٦٠ سنة (فى غالبية الوثائق) .

٢ - إصدار الوثيقة بكشف طبى لمبالغ التأمين التى تربو عن ٥٠٠٠ جنيه

لهذا قام الباحث بحصر عدد طلبات التأمين للوثائق التى تم إصدارها فى سنتى ١٩٨٨ ، ١٩٨٩ بمبالغ ٥٠٠٠ جنيه فأقل مع تصنيفها حسب نوع الوثيقة (هل بكشف طبى أم بدون كشف طبى) . فضلا عن ذلك قام الباحث بحصر عدد طلبات التأمين التى تم حفظها نتيجة لإجراءات طبية كذلك طلبات التأمين التى تم رفضها من واقع البيانات المسجلة فى كمبيوتر الشركة حيث تبين أن غالبيتها كان نتيجة لعدم قبول طالب التأمين للأسعار الإضافية ، ومن الجدير بالذكر أن العينة يلغ حجمها ١٦٢٢٤ طلب تأمين منها ٨٥٤٥ طلب تأمين فى سنة

(١) راجع رقم (٣) المبين فيما بعد (العينة)

١٩٨٨ و ٧٦٧٩ طلب تأمين فى سنة ١٩٨١ موزعة على أربعة أنواع من الوثائق وذلك كما يتبين لنا من الجدول الآتى : -

نوع الوثيقة	١٩٨٨				١٩٨٩			
	طلبات الوثائق المقبولة		طلبات مرفوضة		طلبات الوثائق المقبولة		طلبات مرفوضة	
	بدون كشف طبى	كشف طبى	بدون كشف طبى	بكشف طبى	بدون كشف طبى	كشف طبى	بدون كشف طبى	كشف طبى
- مختلط عادى مع الإشتراك فى الأرباح	٤٤٤٤	٣٥٦٠	١٦	*٧٣	٣٦٤٠	٣٣٩٢	**١٣٤	٦٨
- الشرق الثلاثية مع الإشتراك فى الأرباح	١٦	١٢٠	٨	٤	٣٦	٢١٢	٤	٢
- الشرق الجديدة مع الإشتراك فى الأرباح	١٦	٧٦	١٢	٧	٨	١١٦	٤	٢
- الوالد والطفل	٨٠	٨	٣	٢	٤٠	١٦	٣	٢

(*) هذه الطلبات منها ٩ حالات مرفوضة نتيجة الصرع - إرتفاع نسبة وظائف الكبد - إرتفاع فى نسبة الكريانتين - قصور الشريان التاجى .

(**) هذه الطلبات منها حالتين نتيجة للأسباب سالفة الذكر .

من الجدير بالذكر أن الطلبات التى تم حفظها لدى شركة التأمين كانت نتيجة لإجراءات طبية أو نتيجة لإجراءات إدارية حيث تقوم الشركة بحفظ طلبات التأمين إذا لم يستوفى صاحبها الإجراءات الطبية أوإذا تبين لها من تقارير الكشف الطبى أنه غير سليم صحيا ، لذا فقد أعتبر الباحث أن هذه الطلبات تعتبر من قبيل الطلبات المرفوضة والموضحة بالجدول السالف .

فضلا عن ذلك فان الباحث يود أن ينوه بأن الجدول السالف يحتوى على الوثائق الأكثر شيوعا فى شركة الشرق للتأمين والتى تصدر بإعداد كثيرة حيث تبين للباحث أثناء إطلاعه

على سجلات الوثائق الأخرى على سبيل المثال " وثيقة التأمين المؤقت " قلما تصدر وهذا يعزى لإنخفاض الوعي التأميني لدى الشعب المصرى فضلا عن عدم إهتمام منتجي التأمين بالتأمين المؤقت لضآلة العمولة التى يحصلون عليها بالمقارنة بأنواع التأمين الأخرى قبل التأمين المختلط العادى مع الإشتراك فى الأرباح .

المبحث الثانى

النموذج الرياضى النظرى لعملية الإكتتاب فى التأمين

The Theoretical Mathematical Model for Underwriting

يتبلور الغرض الأساسى لهذا المبحث فى تكوين نموذج رياضى لعملية الإكتتاب فى التأمين وذلك بإستخدام نظرية المباريات Game theory ، ولتحقيق ذلك سوف نتولى دراسة كل من : -

١ - كيفية تطبيق نظرية المباريات على عملية الإكتتاب فى التأمين .

٢ - تعريف النموذج الرياضى .

٣ - فروض النموذج الرياضى .

٤ - النموذج الرياضى .

أولا : كيفية تطبيق نظرية المباريات على عملية الإكتتاب فى التأمين

Application of Game Theory to Underwriting :

لقد جرى العرف على أن شركة التأمين قبل أن تصدر قرارها فى قبول التأمين من عدمه أن يسبق ذلك مرحلة تفاوض تتم بين الشخص طالب التأمين وشركة التأمين فالأول يعرض إجابة بقصد الحصول على قبول من الثانى ، وتتبلور إجابة الطرف الأول فى إجاباته على نموذج مطبوع من قبل شركة التأمين وهو مايسمى بطلب التأمين Application Form وبناء على البيانات الواردة فى طلب التأمين بالإضافة إلى تقريرى المنتج والوكيل تستطيع شركة التأمين

(عن طريق مكتتبى التأمين Underwriters) قبول أو رفض التأمين ، وفى حالة القبول تقرر الشركة هل تقبل التأمين بكشف طبى أو بدون كشف طبى . من ثم فإن عملية الإكتتاب تتبين لنا إنها تتم بين طرفين هما Underwriter وطالب التأمين .

كما أن نظرية المباريات قد وردت لها تعاريف شتى منها (١) :

A body of knowledge that deals with making decisions when two or more intelligent and rational opponents are involved under conditions of conflict or competition .

كذلك هناك تعريف أخر وهو

A scientific study of the best choices in a situation in which there is a conflict of interests

ومن ثم فإننا إذا أمعنا النظر فى التعاريف السالفة لنظرية المباريات لوجدنا أنها تنشأ بين طرفين أو أكثر بينهما صراع أو منافسة ولكل طرف عدة إختيارات (إستراتيجيات) يحاول أفضلها .

ونظرا لأن شركة التأمين عند فحصها لطلب التأمين (عن طريق مكتتبى التأمين) يكون أمامه سياستين هما قبول التأمين أو رفضه كذلك أيضا فإن طالب التأمين على الحياة (على سبيل المثال) أمام سياستين عند شراء وثيقة التأمين إما الشراء بدون كشف طبى أو الشراء بكشف طبى .

---

(١) أنظر فى ذلك :

Osman , Mohamed A. M. (1986)

A New Approach to Automobile Insurance Ratemaking by Quantitative techniques " Dept of Mathematics , the city University London , 1986 .

لهذا فيمكننا بلورة مشكلة قرار قبول أو رفض شركة التأمين على الحياة الذى يتقدم به طالب التأمين فى شكل لعبة Game بين مكتتبى التأمين Underwriter وطالب التأمين Insurance Applicant

ثانيا : تعريف النموذج الرياضى Definition of the Mathematical Model

من الجدير بالذكر أن هناك تعاريف عديدة للنماذج الرياضية لمؤلفين كثيرين فى علوم الإدارة وبحوث العمليات Operation Research & Management Sciences فعلى سبيل المثال قد عرف (Anderson and Williams 1982 , p .27) النموذج الرياضى بأنه " رموز ومعادلات رياضية تستخدم لتمثيل حالة أو مشكلة حقيقية .

" Mathematical symbols and expressions used to represent a real situation " . كذلك عرف (Arnold , J 1973) النموذج الرياضى بأنه " مجموعة إفتراضات والتى منها يمكن إستخراج نتيجة أو مجموعة نتائج منطقيا .

"A set of assumptions from which a conclusion or a set of conclusions is logically deduced "

إلا أنه من وجهة نظر الباحث فإن النموذج الرياضى يمكن تعريفه بأنه " تكوين مجموعة علاقات رياضية منطقية لتمثيل حالة أو مشكلة معينة وذلك بعد إقتراح عدة فروض منطقية لهذه المشكلة وذلك للوصول لعمل قرار .

ثالثا : فروض النموذج Assumptions of The Model

لكى يمكن تكوين نموذج مبسط لمشكلة الإكتتاب فى التأمين ينبغى تبسيط المشكلة بعمل عدة فروض Assumptions تؤخذ فى الإعتبار عند تكوين النموذج ، هذه الفروض هى : -

الفرض الأول :

أن النموذج سيعد وفقا لنظرية المباريات A two person zero - sum game والتى بمقتضاها المكسب الذى يحصل عليه أحد اللاعبين يعادل مايفقده اللاعب المتنافس أى أن مجموع مدفوعات اللاعبين الموجبة والسالبة = صفر .

الفرض الثانى :

أن شركة التأمين تفترض أن بعض طالبى التأمين يريدو تخفيض العائد الذى تحصل عليه من التأمين (أى هناك بعض طالبى التأمين المخادعين الذين قد يدلون ببيانات خاطئة فى طلب التأمين) مما يجعلها تأخذ فى الإعتبار مبدأ الحيطة والحذر حتى لاينخفض عائد الضمان Security level الذى تحصل عليه من وراء بيع التأمين .

الفرض الثالث :

أن عملية الإكتتاب تتكون بين طرفين هما : -

شركة التأمين (مكتب التأمين Underwriter) وطالب التأمين Insurance applicant (الشخص الذى يريد شراء التأمين) وكل منهما يفترض أنه لاعب Player فى مباراة ثنائية صفرية Two - person zero sum game

الفرض الرابع :

أن شركة التأمين أمامها عدة سياسات عند إتخاذ قرار فى التأمين المعروض عليها من قبل طالب التأمين وهى :

- السياسة الأولى : قبول التأمين وفقا للتعريفة السارية .
- " الثانية : " " بشروط خاصة .

- السياسة الثالثة : إرجاء التأمين لحين إستيفاء بعض الشروط .
- " الرابعة : رفض التأمين كلية .

الفرض الخامس :

إن طالب التأمين أمامه عدة سياسات عند شراء التأمين فعلى سبيل المثال عند شراء التأمين على الحياة يكون أمامه : -

السياسة الأولى : شراء التأمين بكشف طبى .

" الثانية : " " بدون كشف طبى .

الفرض السادس : -

إن كل لاعب يفترض أنه عاقل بالمعنى الذى ذكره .

Von - Numann & Morgenstern

بمعنى أن كل لاعب يحاول أن يعظم المنفعة Utility التى يحصل عليها

Each player is attempting to maximize his Utility .

رابعا : النموذج الرياضى النظرى : The Theoretical Mathematical Model

يمكن بلورة اللعبة بين لاعبى الإكتتاب بإستخدام A two - person zero sum Game وإيجاد قيمتها فضلا عن تحديد الإستراتيجية المثلى لكل لاعب كما يتضح لنا فى الخطوات الآتية : -

الخطوة الأولى : صياغة اللعبة Formulation of the game

بفرض أننا نرمز للاعب الأول (مكتتب التأمين Underwriter) بالرمز p_1 واللاعب الثانى(طالب التأمين InsuranceApplicant) بالرمز P_2

وحيث أن كل لاعب أمامه عدة خطط مختلفة (إستراتيجيات مختلفة) كما أشرنا سالفا فى فروض النموذج لذا يمكن عرض مصفوفة اللعبة (Matrix game) بين p_1 , p_2 من حيث فائدتها للاعب الأول p_1 فى الصورة الآتية :

p_1 \ p_2	B_1	B_2	B_3	.....	B_n
A_1	g_{11}	g_{12}	g_{13}	.....	g_{1n}
A_2	g_{21}	g_{22}	g_{23}	.....	g_{2n}
A_3	g_{31}	g_{23}	g_{33}	.....	g_{3n}
A_m	g_{m1}	g_{m2}	g_{m3}		g_{mn}

حيث أن : -

خطط اللاعب الأول $A_i = (i = 1 , 2, 3, ... m) = p_1$

، خطط اللاعب الثانى $B_i = (j = 1 , 2, 3, ... n) = p_2$

، $p_i g_{ij}$ مايحصل عليه اللاعب p_1 نتيجة لإختياره الخطة A_i من اللاعب المنافس p_2 الذى إختار B_j (هذا إذا كانت $p_i g_{ij}$ موجبة وإذا كانت سالبة فإنها تمثل موجبة وإذا كانت سالبة فإنها تمثل مايدفعه اللاعب p_1 إلى اللاعب p_2 .

الخطوة الثانية : تحديد قيمة اللعبة :

يمكن إيجاد قيمة اللعبة والخطة المثلى لكل لاعب وذلك وفقا للفروض الآتية : -

١ - بفرض أن كل لاعب يختار إستراتيجية مطلقة a pure strategy (أى إستراتيجية واحدة من الإستراتيجيات المتاحة له) .

بمقتضى هذا الفرض يحاول اللاعب p_1 البحث فى الخطط (الإستراتيجيات) المتاحة له A_i عن العائد الأقل فى كل خطة ثم إختيار أكبر عائد من بينها حيث يعتبر هذا العائد هو أكبر عائد يحصل عليه وهو يساوى :

$$\text{Max} \quad \min g_{ij} \qquad \text{فى مصفوفة اللعبة (Matrix game)}$$

$$i = 1,2, .. m \qquad j = 1, .. n$$

وتبعا لذلك يختار الخطة المقابلة لهذا العائد حيث تعتبر الخطة المثلى للاعب p_1 أما p_2 فيحاول تجنب أكبر خسارة تعود عليه (عن طريق تخفيض العائد الذى يحصل عليه p_1) وذلك بالبحث فى الخطط المتاحة له B_i عن الخسارة الأكبر فى كل خطة ثم إختيار أقل خسارة من بينها حيث تعتبر هذه الخسارة هى أمثل خسارة تعود عليه وهى تساوى :

$$\text{Min} \quad \text{Max} \quad g_{ii} \qquad \text{فى مصفوفة اللعبة}$$

$$j = 1, \ldots, N \qquad i = 1, \ldots m$$

وتبعا لذلك يختار الخطة المقابلة لهذه الخسارة حيث تعتبر الخطة المثلى للاعب p2 من ثم فان اللعبة تنتهى إذا تبين أن :

$$\text{اللاعب } p_1 \quad \underset{i}{\text{Max}} \; \underset{j}{\text{Min}} \; g_{ii} = \underset{j}{\text{Min}} \; \underset{i}{\text{Max}} \; g_{ii} \quad \text{اللاعب } p_2$$

وفى هذه الحالة فإن قيمة اللعبة تعادل نقطة الحل المشترك Saddle point أما إذا تبين أن

$$\text{اللاعب } p_1 \quad \underset{i}{\text{Max}} \; \underset{j}{\text{Min}} \; g_{ii} \neq \underset{j}{\text{Min}} \; \underset{i}{\text{Max}} \; g_{ii} \quad \text{اللاعب}$$

فإن اللعبة لاتنتهى ويصبح إختيار إستراتيجية واحدة ليس له جدوى لأن اللعبة Unstable بعكس الحالة السابقة حيث اللعبة تعتبر Stable ، لهذا يجب على كل لاعب أن يبحث عن فرض آخر وهو الفرض التالى .

٢ - بفرض أن كل لاعب يختار إستراتيجية مختلطة A mixed strategy

وبمقتضى هذا الفرض يحاول كل لاعب خلط الخطط المتاحة له ثم إختيار إحدى الخطط ثم تغييرها بإختيار خطة أخرى ثم يعود إلى إختيار خطة أخرى . . . وهكذا وذلك وفقا للتوزيع

الإحتمالى لـ الخطط المطلقة (Pure strategies) فبالنسبة للاعب p_1 فالاستراتيجية المختلطة A mixed strategy تخصص بالمتجه الإحمالى الأتى : -

$$(T = \text{time})\ x_i = (x_1, x_2, \ldots, x_m)^T = \sum_{i=1}^{m} x_i = 1$$

حيث $x_i = (j = 1,2, \ldots m)$ نسبة الوقت أو الإحتمال المخطط A_i

كذلك الإستراتيجية المختلطة للاعب p_2 تخصص بالمتجه الإحتمالى الأتى : -

$$Y_i = Y_1, Y_2, \ldots\ldots, Y_n)^T = \sum_{j=1}^{n} y_i = 1$$

حيث :

$Y_i = (J = 1,2, \ldots, n)$ نسبة الوقت أو الإحتمال للخطط B_i

وبمقتضى هذه الإستراتيجيات المختلطة المحددة بالمتجهات الإحتمالية السالفة x_i للاعب p_1 و y_i للاعب p_2 فان العائد الذى يدفعه p_2 إلى p_1 بإعتباره متغير عشوائى a randomvariable له قيمة متوقعة – Expected-value هى : -

$$E(x, Y) = \Sigma\ \Sigma\ g_{ij}\ x_i\ y_i$$

وفى هذه الحالة فإن قيمة اللعبة هى :

$$E(x^*, y^*) = \max_x (\min_y E(X, y) = \min_y \max_x E(X, y) = G^*$$

المبحث الثالث

دراسة تطبيقية للنموذج الرياضى النظرى على عملية الإكتتاب فى تأمينات الحياة

فى هذا المبحث يحاول الباحث عمل دراسة تطبيقية للنموذج الرياضى الذى تم عرضه فى المبحث السالف على عملية الإكتتاب فى تأمينات الحياة وذلك بإستخدام البيانات التى جمعها من شركة الشرق للتأمين (منطقة وسط وغرب الدلتا - طنطا) كما يتضح لنا فيما يلى :-

(١) الوثائق المختارة : Selected Policies

من الجدير بالذكر أن شركة الشرق للتأمين تصدر العديد من وثائق التأمين على الحياة والتى من أهمها الوثائق الأتية :-

أ - وثيقة تأمين مختلط مع الإشتراك فى الأرباح ب - وثيقة تأمين مختلط .

جـ - وثيقة الشرق الثلاثية مع الإشتراك فى الأرباح .

د - وثيقة تأمين مختلط كامل مع الإشتراك فى الأرباح .

هـ - وثيقة التأمين المختلط / معاش .

و - الوثيقة الميسرة مع الإشتراك فى الأرباح .

ز - وثيقة الشرق الجديدة مع الإشتراك فى الأرباح .

ح - وثيقة الوالد والطفل .

ط - وثيقة التأمين المؤقت .

ى - وثيقة تأمين مدى الحياة .

ك - وثيقة تأمين المهر والتعليم . . . الخ .

إلا أنه باطلاع الباحث على سجلات شركة الشرق للتأمين للوقوف على أهم الوثائق السارية فقد تبين له أكثر الوثائق السارية أو المصدرة تنحصر فى أربعة أنواع وهى : (١)

أ - وثيقة التأمين المختلط مع الإشتراك فى الأرباح .

ب - وثيقة الشرق الثلاثية مع الإشتراك فى الأرباح .

جـ - وثيقة الشرق الجديدة مع الإشتراك فى الأرباح .

د - وثيقة الوالد والطفل .

ويعزى سريان هذه الوثائق أكثر من غيرها من الوثائق الأخرى إلى مايلى : -

١ - إهتمام كل من منتجى التأمين وشركات التأمين بتسويق وترويج هذه الوثائق أكثر من غيرها لما يحققه المنتج من عمولات كبيرة نتيجة لكبر القسط ولما تحققه شركة التأمين من قدر إدخارى هائل وبالتالى زيادة حجم محفظة إستثماراتها فضلا عن زيادة عائد إستثماراتها للمحفظة .

٢ - هذه الوثائق تجد إقبالا حسنا من جمهور المستأمنين الذين يبغون الإدخار بجانب توفير الحماية المادية فى حالة الوفاة . (٢)

لهذا فقد إضطر الباحث لجمع بيانات عن الوثائق الأربعة التى تصدر بإعداد كبيرة والمبينة سالفا فى العينة .

(٢) تطبيق النموذج على الوثائق المختارة :

يمكن أن يتبين لنا مدى تطبيق النموذج الرياضى النظرى على كل وثيقة على حدها من لوثائق التى تم جمع بيانات لها كما يتضح لنا فيما يلى :

نظر فى ذلك :

١) سجلات ووثائق تأمينات الحياة - إدارة إصدار تأمينات الحياة - منطقة وسط وغرب الدلتا - شركة الشرق للتأمين .

٢) د/ محمد عبد المولى عثمان - مبادىء لتأمين النظرية والعملية - ١٩٨٨- مكتبة الجامعة طنطا .ص ١١٣- ١١٧

أ - وثيقة التأمين المختلط مع الإشتراك فى الأرباح :

بمقتضى هذه الوثيقة تلتزم شركة التأمين بدفع التأمين فى الحالات الأتية : -

١ - فى نهايةمدة التأمين إذا كان المؤمن عليه على قيد الحياة .

٢ - عند وفاة المؤمن عليه إذا حدثت الوفاة قبل نهاية مدة التأمين .

كما يحق للوثيقة الإشتراك فى الأرباح التى تقوم الشركة بتوزيعها .

ولتطبيق النموذج على هذه الوثيقة يمكن القول بأننا أشرنا سالفا بأن مكتبى شركة التأمين (كلاعب أول p_1) يكون قرارهم النهائى بعد فحصهم لطلبات التأمين والتقارير المرفقة بها من المنتج والوكيل إما قبول التأمين (سواء بالشروط العادية أو الشروط الخاصة) أو رفضها التأمين كلية كذلك طالبى التأمين (كلاعب ثانى p_2 يكون أمامه سياستان لشراء وثيقة التأمين المختلط مع الإشتراك فى الأرباح أما الشراء بكشف طبى أو الشراء بدون كشف طبى .

ومعنى هذا أن كل لاعب أمامه خطتان ومن ثم فيمكن تكوين مصفوفتى اللعبة (Matrices Game) بين اللاعبين p2 , p1 وإيجاد أفضل سياسة أو إستراتيجية لكل لاعب فضلا عن تحديد قيمة اللعبة فى سنتى ١٩٨٨ ، ١٩٨٩ كما يتبين لنا فيما يلى : -

	p2	
	بدون كشف طبى	كشف طبى
قبول p_1	٤٤٤٤	٣٥٦٠
رفض	١١٦	٧٣

مصفوفة اللعبة فى سنة ١٨٨

	p2	
	بدون كشف طبى	كشف طبى
قبول p_1	٣٦٤٠	٣٣٩٢
رفض	١٣٤	٦٨

مصفوفة اللعبة فى سنة ١٩٨٩

فى سنة ١٩٨٨

تتحدد أفضل إستراتيجية لكل لاعب فضلا عن قيمة اللعبة بإستخدام The Mi...max criterion والتى تتمثل فى المعادلة الأتية : -

$(g_{ij}) = \min_{j} \max_{i} (g_{ij})$ وذلك كالآتى : $\max_{i} \min_{j} (g_{ij})$

بالنسبة للصفوف :

نجد أن : أقل قيمة فى الصف الأول = ٣٥٦٠

" " " " " الثانى = ٧٣

. . أكبر الأقل $(\max_{i} \min_{j} g_{ij})$ = ٣٥٦٠

بالنسبة للأعمدة : نجد أن : أكبر قيمة فى العمود الأول = ٣٥٦٠

" " " " " الثانى = ٤٤٤٤

. . أقل الأكبر $\min_{j} \max_{i} (g_{ij})$ = ٣٥٦٠

. . نقطة الحل المشترك Saddle point هى ٣٥٦٠ حيث تمثل قيمة اللعبة كما أنه يمكن القول بأنها تمثل العائد الذى يعود على شركة التأمين من بيع وثيقة التأمين المختلط مع الإشتراك فى الأرباح .

II فى سنة ١٩٨٩

بنفس طريقة The Minimax Criterian نجد أن نقطة الحل المشترك هى ٣٩٢ حيث تمثل قيمة اللعبة .

* من ثم يمكن أن نستخلص أن أفضل سياسة أو إستراتيجية لشركة الشرق للتأمين بالنسبة لوثيقة التأمين المختلط مع الإشتراك فى الأرباح فى سنتى ١٩٨٨ ، ١٩٨٩ هى بيعها بكشف طبى .

ب - وثيقة الشرق الثلاثية مع الإشتراك فى الأرباح :

بمقتضى هذ الوثيقة تلتزم شركة التأمين بدفع مبلغ التأمين للمستفيدين : -

١ - فى حالة بقاء المؤمن عليه على قيد الحياة (وذلك بدفع مبلغ التأمين على إجزاء فعلى سبيل المثال إذا كان مبلغ التأمين ٤٠٠٠٠ جنيه فتدفع الشركة ١٠٠٠٠ فى نهاية السنوات السبع الأولى ،مثيلهم فى نهاية السنوات السبع الثانية و ٢٠٠٠٠ فى نهاية مدة التأمين .

٢ - عند وفاة المؤمن عليه قبل نهاية مدة التأمين .

كما يحق لهذه الوثيقة الإشتراك فى الأرباح التى تقوم الشركة بتوزيعها .

وبتكوين مصفوفتى اللعبة (Matrices Game) لهذه الوثيقة فى سنتى ١٩٨٨ ، ١٩٨٩ نجد أنهما يأخذا الأشكال الأتية : -

		p_2	
		بدون كشف طبى	كشف طبى
p_1	قبول	١٦	١٢٠
	رفض	٨	٤

سنة ١٩٨٨

	p_2	
	بدون كشف طبى	كشف طبى
p_1	٣٦	٢١٢
	٤	٢

سنة ١٩٨٩

وبحل اللعبة فى كل سنة على حدة نجد الأتى : -

I - فى سنة ١٩٨٨ قيمة اللعبة = ١٦ حيث تمثل نقطة الحل المشترك Saddle point

II - فى سنة ١٩٨٩ قيمة اللعبة = ٣٦ حيث تمثل نقطة الحل المشترك Saddle point

* من ثم نستخلص أن أفضل سياسة لشركة الشرق للتأمين بالنسبة لوثائق الشرق الثلاثية مع الإشتراك فى الأرباح هى بيعها بدون كشف طبى .

جـ - وثيقة الشرق الجديدة مع الإشتراك فى الأرباح :

وبمقتضى هذه الوثيقة تلتزم شركة التأمين بما يلى : -

١ - فى حالة بقاء المؤمن عليه على قيد الحياة فى نهاية مدة التأمين

تدفع مبلغ التأمين مضافا إليه الإرباح المتميزة والأرباح المقررة

٢ - فى حالة وفاة المؤمن عليه قبل نهاية مدة التأمين

تدفع مبلغ التأمين مضافا إليه الأرباح المتميزة والأرباح المقررة

٣ - فى حالة وفاة المؤمن عليه بحادث قبل نهاية مدة التأمين

تدفع ضعف مبلغ التأمين مضافا إليه الأرباح المتميزة والأرباح المقررة

٤ - فى حالة إصابة المؤمن عليه بعجز كلى قبل نهاية مدة التأمين

تدفع ضعف مبلغ التأمين أو مبلغ التأمين الأساسى + الأرباح المقررة
+ الأرباح المتميزة

٥ - فى حالة وفاة أرملة المؤمن عليه قبل نهاية مدة التأمين

تدفع مبلغ التأمين الأساسى مرة أخرى دون تحصيل

وبتكوين مصفوفتى اللعبة لهذه الوثيقة فى سنتى ١٩٨٨ ، ١٩٨٩ نجد أنهما يأخذ الأشكال الآتية :

سنة ١٩٨٨

P_1 \ P_2	بدون كشف طبى	بكشف طبى
قبول	١٦	٧٦
رفض	١٢	٧

سنة ١٩٨٩

P_1 \ P_2	بدون كشف طبى	بكشف طبى
قبول	٨	١١٦
رفض	٤	٢

ويحل اللعبة فى كل سنة على حده بإستخدام Minimax criterion

نجد الأتى :

I - فى سنة ١٩٨٨ قيمة اللعبة = ١٦ حيث تمثل نقطة الحل المشترك .

II - فى سنة ١٩٨٩ " " = ٨ " " " " "

من ثم نستخلص أن أفضل سياسة لشركة الشرق للتأمين بالنسبة لوثائق الشرق الجديدة مع الإشتراك فى الأرباح هى بيعها بدون كشف طبى .

د - وثيقة الوالد والطفل :

بمقتضى هذه الوثيقة تلتزم شركة التأمين بدفع مبلغ التأمين مقابل أقساط سنوية يقف دفعها عند وفاة الوالد المؤمن عليه فى إحدى الحالات الأتية :

١ - إذا كان الطفل المؤمن له باقيا على قيد الحياة فى الميعاد المحدد لنهاية مدة التأمين .

٢ - عند وفاة الطفل المؤمن له إذا حدثت الوفاة بعد بلوغه سن السابعة كاملة وقبل نهاية مدة التأمين .

* وبتكوين مصفوفتى اللعبة لهذه الوثيقة فى سنتى ١٩٨٨ ، ١٩٨٩ نجد أنهما يأخـــذا الأشكال الأتية :

سنة ١٩٨٨

P_1 \ P_2	بدون كشف طبى	بكشف طبى
قبول	٨٠	٨
رفض	٣	٢

سنة ١٩٨٩

P_1 \ P_2	بدون كشف طبى	بكشف طبى
قبول	٤٠	١١٦
	٣	٢

ويحل اللعبة نجد الآتى : -

I - فى سنة ١٩٨٨ : قيمة اللعبة = ١٦ حيث تمثل Saddle point
أى أن أفضل سياسة لشركة الشرق للتأمين بالنسبة لوثيقة الوالد والطفل فى سنة ١٩٨٨ هى بيعها بكشف طبى .

II - فى سنة ١٩٨٩ : قيمة اللعبة = ٤٠ حيث تمثل Saddle point

وهذا يعنى أن أفضل سياسة لشركة الشرق للتأمين بالنسبة لوثيقة الوالد والطفل فى سنة ١٩٨٩ . هى بيعها بدون كشف طبى بعكس سياسة السنة السالفة .

من ثم نستخلص أن أفضل سياسة لشركة الشرق للتأمين بالنسبة لوثيقة الوالد والطفل هى بيعها سواء بكشف طبى أو بدون كشف طبى .

خلاصة وتوصيات : -

تعرض الباحث فى هذه الدراسة لجدوى إستخدام شركة التأمين سياستى الكشف الطبى أو عدمه عند بيعها لوثائق التأمين بمبالغ ٥٠٠٠ جنيه فاقل وأيهما أجدى لشركة التأمين وذلك عن طريق دراسة تطبيقية بإستخدام أحد الأساليب الكمية وهى نظرية المباريات Game Theory وقد خلص الباحث إلى مايلى : -

١ - أن سياسة الكشف الطبى تصلح لبعض الوثائق دون الأخرى فعلى سبيل المثال تصلح لوثيقة التأمين المختلط مع الإشتراك فى الأرباح نتيجة لإقبال جمهور كثير من المستأمنين على شراء هذه الوثيقة وهذا يعزى لاحساسهم بأنها توفر الحماية المادية لمن يعولهم فى حالة الوفاة بجانب حصولهم على مبلغ التأمين فى حالة بقائهم على قيد الحياة ، لهذا لكى تكون الأخطار جيدة وبالتالى يكون هناك منفعة لشركة التأمين يعود عليها بأرباح وفيرة نتيجة لبيع هذه الوثائق فعليها أن تتحرى من الخطر المراد تأمينه وذلك بالكشف الطبى على المؤمن عليه حيث تمثل هذه الوثيقة أكبر جزء فى محفظة شركة

التأمين على الحياة كما تبين للباحث عند إطلاعه على سجلات الوثائق السارية فـــى شركة الشرق للتأمين .

٢ - أن سياسة عدم الكشف الطبى تصلح لوثائق الشرق الثلاثية والشرق الجديدة أكثر من سياسة الكشف الطبى لهذا فيجب على شركة التأمين تشجيع طالبى التأمين على كثرة شراء هذه الوثائق والتى تمثل جزءا ضئيلا فى محفظة الشركة بإتاحة الفرصـة لهـــم بشرائها بدون كشف طبى وذلك بعدا عن الإجراءات الطبية الكثيرة والمعقـــدة التـــى تحجمهم عن شراء هذه الوثيقة إذا أصرت الشركة على بيعها بكشف طبى .

٣ - أن وثيقة الوالد والطفل تصلح لها سياستى الكشف الطبى وعدمه معا لأنه أحيانا قـد يكون الخطر المراد التأمين عليه يبدو لمكتتبى التأمين بأنه غير جدير الأمر الذى يحتـاج للكشف الطبى للتأكد من ذلك فقد يكون الوالد ذو صحة رديئة أو الطفل كذلك أو هـمـا معا - لذا يراعى عند حساب القسط لهذه الوثيقة أخذ إحتمالات الحياة والوفـــاة لكل من الوالد والطفل . من ثم فإن إتباع سياسة الكشف الطبى وعدمه قد تكون أفضل لبيع هذه الوثيقة .

ويوصى الباحث بإنه يجب على شركة التأمين تقييم سياستها لبيع وترويج وثائق التأمين بالأساليب الكمية وذلك بإستخدام دراسات تجريبية بالإعتماد على أحجام عينات أكبر وإمتدادها إلى عدد أكبر من الوثائق لاسيما الوثائق التى تلقى إقبالا كثيرا من جمهور المستأمنين وذلك لإستكشاف أى السياسات أفضل لبيع الوثائق .

References in English

1 - Anderson , D. K , Sweency , D. J and William , T . A (1982)
An Introduction to Management Science , Quantative
Approaches to Decison Making ,
2 rd Edition , west Publishing Co .

2 - Arnold , J (1973) : Pricing and Output Decisions ,
First Edition London Haymarket Publisging Co .

3 - Baton , B . and Lemaire , J (1981) : The Bargaining set of
A Reinsurance Market
The Astin Bulletin , Vol 12 P 101 - 114

4 - Borch, K (1972) : Mathematical Models in Insurance .
The Astin Bulletin , Vol II Part . 3

5 - Borch , K (1960) : Reciprocal Reinsurance - Treaties seen as
a two person Cooperative Game .
Skandinavisk A ktuarietidstrift pp 29 - 58 .

6 - Bronson , R (1982) : Operations Research ,
Schaum`s out - line series Mcgraw - Hill Inc .

7 - Crane , F. G . (1984) : Insurance , Principles and Practices
2 edition , John Wiley & Sonss , Inc .

8 - Green , M . (1961) : Application of Mathematics to Insurance
and Risk Management .
Journal of Risk and Insurance ,
Vol 28 , No . 1 March .