العلاقة بين حجم العينة والعوامل المؤثرة في معنوية معامل الارتباط

(دراسة تحليلية)

د. مرعى محمد محمود

قسم الإحصاء – كلية التجارة – جامعة طنطا

العلاقة بين حجم العينة والعوامل المؤثرة في معنوية معامل الارتباط
(دراسة تحليلية)

د. مرعى محمد محمود
قسم الإحصاء – كلية التجارة – جامعة طنطا

١. مقدمة :

تتوقف معنوية معامل الارتباط ، ليس فقط على القيمة المقدرة لمعامل الارتباط (r) ، ولكن أيضاً على كل من حجم العينة(n) المحسوب منها هذا المعامل ، ومستوى المعنوية الذي يحدده الباحث (α) ، وأخيراً على قيمة (ρ) أو القيمة المفروضة لمعامل الارتباط في المجتمع Population correlation وهي القيمة التي نريد اختبار معنوية اختلاف معامل الارتباط عنها وتسمى إحصاء الاختبار Test statistic . ويحاول الباحث في هذه الدراسة وضع جداول توضح العلاقة بين هذه العوامل حتى يسهل تحديد معنوية أو عدم معنوية معامل الارتباط بمعلومية بعض أو كل هذه العوامل ، بالإضافة إلى إمكانية استخدام هذه الجداول في التحكم مسبقاً في قيمة أحد هذه العوامل عندما يكون هدف الدراسة الوصول بعامل آخر إلى مستوى محدد يمثل حد أدنى أو حد أقصى لا يجب تجاوزه . وقد اتضح من الدراسة أنه عند ($n \geq 50$) فإن أي معامل ارتباط قيمته ٠,٤٨٥ فأكثر في حالة اختبار الاتجاه الواحد ، ٠,٥٦٥ فأكثر في حالة اختبار الاتجاهين ، سيكون معنوياً عند مستوى معنوية ٠,٠٠٠١ أو أي مستوى معنوية أكبر منه . كما أنه عند ($n \leq 50$) فإن أقل قيمة لمعامل الارتباط تكون معنوية عند مستوى معنوية ٠,١٠ هي ٠,١٨٥ و٠,٢٣٦ في كل من اختبار الاتجاه الواحد، والاتجاهين على الترتيب . أما إذا وصل حجم العينة إلى ثلاث مشاهدات فإنه لا توجد أي قيمة لمعامل الارتباط تكون معنوية عند ($\alpha \leq 0.01$) .

٢. موضوع البحث :

عند اختبار معنوية معامل الارتباط الخطي يتم التفرقة بين حالتين :

٢-١ الحالة الأولى : اختبار معنوية اختلاف معامل الارتباط عن الصفر ($H_0: \rho = 0$)

ويتوقف الاختبار هنا على حجم العينة .

٢-١-١: حجم العينة أقل من ٥٠ مشاهدة

وهنا يستخدم توزيع t الاحتمالي وتكون المقارنة بين قيمة الاختبار المحسوبة (t_0) والقيمة الجدولية للتوزيع (t^*) هي التي تحدد رفض أو عدم رفض الفرض العدمي ، وبالتالي معنوية أو عدم معنوية معامل الارتباط ، وكلما زادت القيمة المحسوبة (t_0) مع ثبات القيمة الجدولية (t^*) يزيد احتمال رفض الفرض العدمي وقبول معنوية اختلاف معامل الارتباط عن الصفر ، ويتحقق نفس الشيء كلما نقصت القيمة الجدولية (t^*) مع ثبات القيمة المحسوبة (t_0).

وتوجد عدة عوامل تتحكم في قيمة كل من (t_0) وقيمة (t^*) .

١ – محددات القيمة المحسوبة (t_0) :

نحن نعلم أن :

$$\because\ t_0 = r / \sigma_r \qquad (2\text{-}1)$$

$$\sigma_r = SQR\ ((1-r^2) / (n-2)) \qquad (2\text{-}2)$$

من المعادلتين (٢-١) ، (٢-٢) نجد أن :

(أ) – قيمة (t_0) تتناسب عكسياً مع σ_r ، كما أن σ_r تتناسب عكسياً مع (r) . (2-3)

وبالتالي فإنه عند ثبات حجم العينة (n) فإن (t_0) تتناسب طردياً مع (r) .

(ب) – قيمة (t_0) تتناسب عكسياً مع σ_r ولكن σ_r تتناسب عكسياً مع (n) .

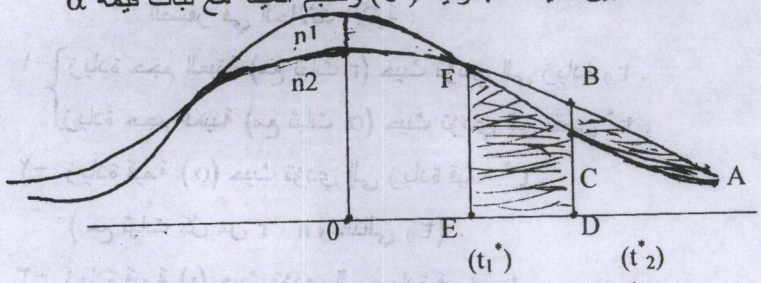
وبالتالي فإنه عند ثبات قيمة (r) فإن (t_0) تتناسب طردياً مع (n) . (2-4)

٢ – محددات القيمة الجدولية (t^*) :

(أ) من الشكل البياني رقم (١) نجد أن قيمة (t^*) تتناسب عكسياً مع حجم العينة (n) عند ثبات مستوى المعنوية (α) .

شكل (١)

العلاقة بين القيمة الجدولية (t^*) وحجم العينة مع ثبات قيمة α



حيث أن مساحة الشكل ABC = مساحة الشكل CDEF

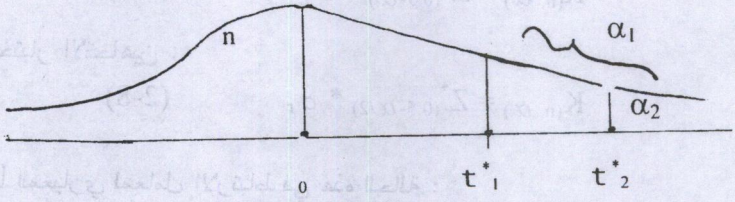
من الشكل السابق نجد أن المساحة على يمين t_1^* أسفل المنحنى n_1 = المساحة على يمين t_2^* أسفل المنحنى n_2 وهذا ناتج من أن $\alpha_2 = \alpha_1$

ومن ثم نجد أن $t_1^* < t_2^*$ بالرغم من أن $n_1 > n_2$ (٢-٥)

(ب) من الشكل البياني رقم (٢) نجد أن قيمة t^* ، تتناسب عكسياً مع مستوى المعنوية α عند ثبات حجم العينة (n) .

الشكل (٢)

العلاقة بين القيمة الجدولية (t^*) ومستوى المعنوية عند ثبات حجم العينة (n)



ويلاحظ من الشكل السابق أن المساحة أسفل المنحنى (n) على يمين (t^*_1) أكبر من المساحة أسفل نفس المنحنى على يمين (t^*_2) ∴ $t^*_1 < t^*_2$ في حين $\alpha_1 > \alpha_2$ (2-6)

لاحظ أن قيمة (t^*) هي المسافة على المحور الأفقي مقاسة بوحدات معيارية بين النقطة (t^*) ونقطة الأصل (المتوسط) .

إن العلاقات (2-3), (2-4), (2-5), (2-6) تبلور لنا محددات معنوية معامل الارتباط والتي تتلخص في المحددات الثلاثة التالية :

* حجم العينة (n) * قيمة معامل الارتباط في العينة (r) * مستوى المعنوية (α)

ويمكن الربط بين هذه العوامل والمحددات من خلال القاعدة التالية :

القاعدة الأولى : يزيد احتمال قبول فرض معنوية معامل الارتباط واختلافه عن الصفر في الحالات الآتية :

١- زيادة حجم العينة (مع ثبات r) حيث تؤدي إلى زيادة t_0 .
زيادة حجم العينة (مع ثبات α) حيث تؤدي إلى نقص t^* .

٢- زيادة قيمة (α) حيث تؤدي إلى زيادة قيمة t^* .
(مع ثبات كل من r ، n وبالتالي t_0) .

٣- زيادة قيمة (r) حيث تؤدي إلى زيادة قيمة t_0 .
(مع ثبات كل من n ، α وبالتالي t^*) .

٢-١-٢: حجم العينة أكبر من ٥٠ مشاهدة :

هنا يستخدم التوزيع الطبيعي حيث تعتبر القيمة العددية لمعامل الارتباط هي القيمة المحسوبة للاختبار ، ويكون معامل الارتباط معنوياً (رفض H_0) إذا كانت قيمته أكبر من أو يساوي القيمة النظرية للاختبار (K) والتي يتم تقديرها كالآتي :

* في حالة اختبار الاتجاه الواحد :

$$K_{(n,\alpha)} = Z^*_{(0.5-\alpha)} * \sigma_r \qquad (2\text{-}7)$$

* في حالة اختبار الاتجاهين :

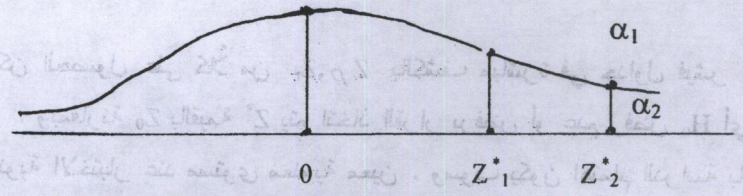
$$K_{(n,\alpha)} = Z^*_{(0.5-\alpha/2)} * \sigma_r \qquad (2\text{-}8)$$

حيث الخطأ المعياري لمعامل الارتباط في هذه الحالة :

$$\sigma_r = 1/SQR(n-1) \qquad (2\text{-}9)$$

أما $K_{(n,\alpha)}$ فهي عبارة عن الحد الأدنى لقيمة معامل الارتباط لكي يكون معنوياً عند حجم عينة (n) ودرجة ثقة = ($1-\alpha$) ، وتمثل القيمة النظرية (الجدولية) للاختبار .

وأخيراً فإن Z^* هي القيمة المعيارية على المحور الأفقي التي تحدد مساحة مستوى المعنوية α أسفل التوزيع الطبيعي المعياري طبقاً لما إذا كان الاختبار في اتجاه واحد أو اتجاهين مع ملاحظة أن قيمة Z^* تتناسب عكسياً مع مستوى المعنوية (α) كما يتضح من شكل رقم (٣) .



شكل رقم (٣)

العلاقة العكسية بين α , Z

حيث أن $\alpha_1 > \alpha_2$ في حين $Z^*_1 < Z^*_2$

مما سبق يمكن وضع القاعدة التالية لهذا الاختبار :

القاعدة الثانية : يزيد احتمال قبول فرض معنوية معامل الارتباط واختلافه عن الصفر في الحالات الآتية :

١- زيادة قيمة (α) حيث تؤدي عند ثبات قيمة (r) إلى نقص قيمة Z^* وبالتالي إلى نقص القيمة النظرية للاختبار (K)

٢- زيادة حجم العينة (n) حيث يؤدي (عند ثبات قيمة α) إلى نقص القيمة النظرية للاختبار (K)

٣- زيادة قيمة معامل الارتباط (r) مع ثبات كلاً من n ، α وبالتالي ثبات القيمة النظرية للاختبار (K)

٢-٢ الحالة الثانية : اختبار معنوية اختلاف معامل الارتباط عن رقم يختلف عن الصفر

حيث يكون الفرض العدمي .

$$H_0 : \rho = C \quad \text{and } 1>C>0 \qquad (2\text{-}10)$$

وهنا لا يكون التوزيع العيني لمعامل الارتباط متماثلاً ، بل أن درجة التواء هذا التوزيع تتناسب طردياً مع قيمة معامل الارتباط في المجتمع .

وتتحدد القيمة المحسوبة طبقاً لاختبار Fisher بالمعادلة :

$$Z_0 = (Z_r - Z_\rho \text{ under } H_0) / \text{S.D. of } Z_r \qquad (2\text{-}11)$$

حيث أن الخطأ المعياري للمقدار Z_r :

$$\text{S.D. of } Z_r = 1 / \text{SQR } (n-3) \qquad (2\text{-}12)$$

بالإضافة إلى أن :

$$Z_r = 0.5 \ln ((1+r) / (1-r)) \qquad (2\text{-}13)$$

$$Z_\rho = 0.5 \ln ((1+\rho) / (1-\rho)) \qquad (2\text{-}14)$$

ويمكن الحصول على كلاً من Z_ρ, Z_r بالكشف مباشرة في جداول فيشر الخاصة بهذا الاختبار . وبمقارنة Z_0 بالقيمة Z^* يتم اتخاذ القرار برفض أو عدم رفض H_0 أي بمعنوية أو عدم معنوية الاختبار عند مستوى معنوية معين . وسوف يكون اهتمام الدراسة بالحالة الأولى لأنها الأكثر استخداماً بالإضافة إلى أن هناك جداول فيشر الخاصة بالحالة الثانية .

٣. هدف البحث :

يهدف البحث إلى تصميم جدول خاص بتحديد معنوية اختلاف معاملات الارتباط عن الصفر سواء في حالة حجم العينة > ٥٠ مشاهدة (استخدام التوزيع الطبيعي) أو أقل من ذلك (استخدام توزيع t) . بالإضافة إلى أنه يوضح حجم العينة المناسب للوصول إلى مستوى معنوية معين والعكس أي تحديد مستوى المعنوية المناسب لحجم عينة معلوم .

٤. حدود البحث (حدود استخدام الجداول المقترحة)

وهذه الحدود تمثل القواعد التي تم مراعاتها عند تصميم هذه الجداول وهي :

١- تبدأ الجداول بمستوى معنوية ٠,٠٠٠١ (درجة ثقة ٩٩,٩٩٪) ، وتتوقف عند مستوى معنوية ٠,١٠ (درجة ثقة ٩٠٪) باعتبار أن المعنوية عند درجة ثقة أقل من ٩٠٪ لا يمكن الاعتماد عليها في اتخاذ قرار تكون له المأمونية الكافية .

٢- الجدول الخاص باستخدام توزيع t انتهى عند حجم عينة ٥٠ مشاهدة لأن منحنى توزيع t يقترب من التوزيع الطبيعي بعد (n >50) طبقاً لنظرية الحد المركزية ، وتقترب نتائج استخدام أي من التوزيعين .

٣- بالرغم من أن معامل الارتباط يعتبر ضعيفاً إذا كانت قيمته المطلقة أقل من ٠,٥٠ إلا أنه في بعض الأبحاث التطبيقية يمكن الاعتماد على معاملات ارتباط أقل من ذلك ، ولكن رأي الباحث أن يكون الحد الأدنى لمعامل الارتباط الذي يبدأ به الجدول هو ٠,١٠ ، حيث لا يوجد مغزى تطبيقي للعلاقة بين متغيرين لا يفسر أحدهما في تغير الآخر سوى نسبة تقل عن ١٪ (واحد في الألف) . وهذه القاعدة لا تؤثر على الجدول الخاص باستخدام توزيع t حيث أنه عند (n=50) فإن أقل معامل ارتباط يكون معنوياً (اختبار الاتجاه الواحد) حتى مستوى معنوية ١٠% هو (r=18.5%) . أنظر الجدول الثاني المقترح بهذا البحث .

٤- تطبيق القاعدة الإحصائية التي تنص على أن رفض الفرض العدمي عند مستوى معنوية معين يعني رفض هذا الفرض (يكون الاختبار معنوياً) عند أي مستوى معنوية أكبر منه بافتراض ثبات باقي العوامل .

٥. خطوات إعداد الجداول المقترحة :

أولاً : حجم العينة أكبر من ٥٠ مشاهدة .

الخطوة الأولى : تحديد قيمة Z^* المقابلة لمستويات المعنوية المستخدمة طبقاً لنوع الاختبار كما يوضحها جدول رقم (١) .

جدول (١)

α	درجة الثقة (1-α)	اختبار الاتجاهين		اختبار الاتجاه الواحد	
		$P(O \le Z^* \le (0.5-\alpha/2))$	Z^*	$P(O \le Z^* \le (0.5-\alpha))$	Z^*
0.10	90%	0.4500	1.645	0.4000	1.281
0.09	91%	0.4550	1.695	0.4100	1.341
0.08	92%	0.4600	1.752	0.4200	1.405
0.07	93%	0.4650	1.812	0.4300	1.475
0.06	94%	0.4700	1.882	0.4400	1.555
0.05	95%	0.4750	1.960	0.4500	1.645
0.04	96%	0.4800	2.054	0.4600	1.752
0.03	97%	0.4850	2.170	0.4700	1.882
0.02	98%	0.4900	2.326	0.4800	2.054
0.01	99%	0.4950	2.575	0.4900	2.326
0.005	99.5%	0.4975	2.810	0.4950	2.575
0.001	99.9%	0.4995	3.290	0.4990	3.090
0.0005	99.95%	0.49975	3.480	0.4995	3.290
0.0001	99.99%	0.49995	3.910	0.4999	3.370

الخطوة الثانية :

باستخدام مجموعة من برامج الماكروMacros وحزمة البرامج الإحصائية MINITAB(V.13) تم تصميم جدول يوضح $K(\alpha, n)$ أي الحد الأدنى لمعامل الارتباط ليكون معنوياً بمعلومية n, α لقيم ($\alpha \le .10$) وقيم ($n \ge 50$) باستخدام المعادلات (٣ ، ٤ ، ٥) في حالة اختبار الاتجاه الواحد والاتجاهين (حوالي ١٠٠ صفحة متاحة لدى الباحث) وبإعادة عرض النتائج بطريقة يسهل استخدامها تكون الخطوة الأخيرة .

الخطوة الثالثة : الجدول النهائي ويتضمن :

الجدول الأول (أ) يمثل اختبار الاتجاه الواحد .

الجدول الأول (ب) يمثل اختبار الاتجاهين .

ويوضح الصف الأول مستويات المعنوية المختلفة ، أما العمود الأول فهو يوضح قيم معاملات الارتباط إبتداءاً من (r=0.10) . أما خلايا الجدول فهي توضح حجم العينة الذي يحقق المعنوية لقيمة معينة لمعامل الارتباط (الصف) عند مستوى معنوية محدد (العمود) ، فمثلاً الخلية الأولى (تقاطع الصف الأول مع العمود الأول) في الجدول الأول (أ) نجد بها الرقم ١١٤٠

وهو يمثل حجم العينة المطلوب ليكون معامل الارتباط الذي قيمته ١٠و معنوياً عند مستوى معنوية ٠,٠٠٠١ وكذلك الخلية الأخيرة في الصف الأول نجد بها القيمة (166>) وهي تعني أنه لكي يكون معامل ارتباط قيمته ١٠و معنوياً عند مستوى معنوية أكبر من ١٠و فإنه يمكن اختيار عينة أقل من ١٦٦ مشاهدة . وهكذا تفسير باقي قيم الجدول الأول (أ) ، (ب) .

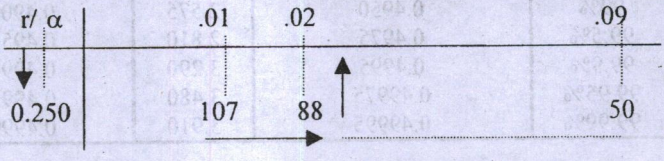
كيفية استخدام الجدول المقترح في تحديد معنوية معامل الارتباط :

١- يتم تقدير معامل الارتباط من عينة المشاهدات المتاحة ($n \geq 50$)

٢- في العمود الأول من الجدول (أ أو ب حسب نوع الاختبار) يتم تحديد الصف الذي يحتوي قيمة معامل الارتباط المقدر .

٣- يتم الاتجاه أفقياً في هذا الصف حتى نصل إلى رقم يمثل حجم العينة المستخدم أو أقل منه مباشرة ، وعنده يتم الاتجاه رأسياً لقراءة مستوى معنوية معامل الارتباط .

فمثلاً إذا كان معامل الارتباط = ٠,٢٥ مقدر من عينة تحتوي ٩٠ مشاهدة تكون خطوات الكشف في الجدول الأول ب (بافتراض أن الاختبار في اتجاهين) كما يوضحها الشكل التالي :



أي أن معامل الارتباط الذي قيمته ٢٥و والمقدر من عينة حجمها ٩٠ مشاهدة يعتبر معنوياً عند مستوى معنوية ٠٢و أو أي مستوى معنوية أكبر منه . أما إذا كان الصف لا يتضمن حجم العينة المتاح فإن معامل الارتباط يعتبر غير معنوي حتى آخر مستوى معنوية في هذا الصف . فإذا كان حجم العينة في المثال السابق هو ٤٠ مشاهدة مثلاً ، فإن معامل الارتباط في هذه الحالة يعتبر غير معنوي حتى مستوى معنوية (٠٩و) أي أن هذا المعامل يمكن أن يكون معنوياً ولكن عند مستويات معنوية أكبر منه ٠٩و .

ويمكن أيضاً استخدام الجدول في تحديد حجم العينة قبل تقدير معامل الارتباط ، فمثلاً إذا حدد الباحث مسبقاً أنه لن يقبل معامل ارتباط أقل من ٤٠و وبمستوى معنوية لا يزيد عن ٠٠١و فإننا نجد أن الرقم الذي يقع في تقاطع الصف (٤٠و) مع العمود (٠٠١و) هو (٦٦) ، بافتراض أن الاختبار في اتجاهين . ومعنى ذلك أنه على الباحث أن يختار عينة حجمها لا يقل عن ٦٦ مشاهدة ، وهكذا .

الجدول الأول (أ)

ONE SIDE(N>= 50)

مستوي المعنوية (α)

R%	.0001	.0005	.001	.005	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09	.10	>.10	R
10,0	1140	1080	965	670	547	427	358	311	274	245	220	200	182	166	< 166	10,0
10,5	1040	992	875	608	496	387	325	282	248	222	200	181	165	151	< 151	10,5
11,0	948	903	797	554	452	352	296	257	226	202	182	165	150	137	< 137	11,0
11,5	867	826	729	506	413	322	271	235	207	185	166	151	138	126	< 126	11,5
12,0	796	758	669	465	379	296	249	215	190	170	153	139	126	115	< 115	12,0
12,5	733	699	616	428	350	273	229	199	175	156	141	128	117	106	< 106	12,5
13,0	678	646	570	396	323	252	212	184	162	145	130	118	108	98	< 98	13,0
13,5	628	599	528	367	300	234	196	170	150	134	121	110	100	91	< 91	13,5
14,0	584	557	491	341	279	217	183	158	140	125	112	102	93	85	< 85	14,0
14,5	544	519	458	318	260	203	170	148	130	116	105	95	87	79	< 79	14,5
15,0	509	485	428	297	243	189	159	138	122	109	98	89	81	74	< 74	15,0
15,5	476	454	401	278	227	177	149	129	114	102	92	83	76	69	< 69	15,5
16,0	447	426	376	261	213	166	140	121	107	96	86	78	71	65	< 65	16,0
16,5	420	401	353	246	200	156	131	114	101	90	81	74	67	61	< 61	16,5
17,0	396	377	333	231	189	147	124	107	95	85	76	69	63	58	< 58	17,0
17,5	373	356	314	218	178	139	117	101	89	80	72	66	60	55	< 55	17,5
18,0	353	335	297	206	168	131	110	96	85	76	68	62	57	52	< 52	18,0
18,5	334	318	281	195	159	124	105	91	80	72	65	59	54	50	< 50	18,5
19,0	317	302	266	185	151	118	99	86	76	68	61	56	51	< 50		19,0
19,5	301	287	253	176	144	112	94	82	72	65	58	53	50			19,5
20,0	286	272	240	167	136	107	90	78	69	62	56	51	< 50			20,0
20,5	272	259	229	159	130	101	85	74	66	59	53	50				20,5
21,0	258	247	218	152	124	97	81	71	63	56	51	< 50				21,0
21,5	247	236	208	145	118	92	78	68	60	54	50					21,5
22,0	236	225	199	138	113	88	74	65	57	51	< 50					22,0
22,5	226	215	190	132	108	84	71	62	55	50						22,5
23,0	216	206	182	126	103	81	68	59	52	< 50						23,0
23,5	207	197	174	121	99	78	65	57	50							23,5
24,0	198	189	167	116	95	74	63	55	< 50							24,0
24,5	190	182	160	112	91	71	60	52								24,5
25,0	183	174	154	107	88	69	58	50								25,0
25,5	176	168	148	103	84	66	56	< 50								25,5
26,0	169	161	142	99	81	64	54									26,0
26,5	163	155	137	96	78	61	52									26,5
27,0	157	150	132	92	75	59	50									27,0
27,5	151	144	127	89	73	57	< 50									27,5
28,0	146	139	123	86	70	55										28,0
28,5	141	134	119	83	68	53										28,5
29,0	136	130	115	80	66	51										29,0
29,5	132	125	112	77	63	50										29,5
30,0	127	121	107	75	61	< 50										30,0
30,5	123	117	104	73	59											30,5
31,0	119	114	101	70	58											31,0
31,5	116	110	97	68	56											31,5
32,0	112	107	94	66	54											32,0
32,5	109	104	92	64	53											32,5
33,0	105	101	89	62	51											33,0
33,5	102	98	86	60	50											33,5
34,0	99	95	84	59	< 50											34,0

تابع الجدول الأول(أ)

مستوي المعنوية (α)

ONE SIDE (N>= 50)

R%	.0001	.0005	.001	.005	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09	.10	>.10	R
34.5	97	92	81	57												34.5
35.0	94	90	79	55												35.0
35.5	91	87	77	54												35.5
36.0	89	85	75	53												36.0
36.5	87	83	73	51												36.5
37.0	84	80	71	50												37.0
37.5	82	78	69	< 50												37.5
38.0	80	76	67													38.0
38.5	78	74	66													38.5
39.0	76	72	64													39.0
39.5	74	71	63													39.5
40.0	72	69	61													40.0
40.5	69	67	60													40.5
41.0	67	66	58													41.0
41.5	66	64	57													41.5
42.0	64	63	55													42.0
42.5	63	61	54													42.5
43.0	61	60	53													43.0
43.5	60	59	52													43.5
44.0	59	57	51													44.0
44.5	57	56	50													44.5
45.0	56	55	< 50													45.0
45.5	55	54														45.5
46.0	54	53														46.0
46.5	53	51														46.5
47.0	52	50														47.0
47.5	51	< 50														47.5
48.0	50															48.0
48.5	< 50															48.5

الجدول الأول (ب)

TWO SIDES (N >= 50)

مستوي المعنوية (α)

R%	.0001	.0005	.001	.005	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09	.10	> .10	R
10,0	1540	1220	1080	798	670	547	476	427	389	358	332	311	291	274	< 274	10,0
10,5	1400	1100	992	724	608	496	432	387	352	325	301	282	264	248	< 248	10,5
11,0	1270	999	903	659	554	452	393	352	321	296	274	257	240	226	< 226	11,0
11,5	1150	924	826	603	506	413	360	322	294	271	251	235	220	207	< 207	11,5
12,0	1060	849	758	553	465	379	330	296	270	249	230	215	202	190	< 190	12,0
12,5	987	782	699	510	428	350	304	273	248	229	212	199	186	175	< 175	12,5
13,0	912	723	646	471	396	323	281	252	230	212	196	184	172	162	< 162	13,0
13,5	846	670	599	437	367	300	261	234	213	196	182	170	159	150	< 150	13,5
14,0	786	623	557	406	341	279	242	217	198	183	169	158	148	140	< 140	14,0
14,5	733	580	519	379	318	260	226	203	184	170	158	148	138	130	< 130	14,5
15,0	685	542	485	354	297	243	211	189	172	159	147	138	129	122	< 122	15,0
15,5	641	508	454	331	278	227	198	177	161	149	138	129	121	114	< 114	15,5
16,0	601	477	426	311	261	213	186	166	152	140	130	121	113	107	< 107	16,0
16,5	565	448	401	292	246	200	175	156	142	131	122	114	107	101	< 101	16,5
17,0	533	422	377	275	231	189	164	147	134	124	115	107	100	95	< 95	17,0
17,5	503	398	356	260	218	178	155	139	127	117	108	101	95	89	< 89	17,5
18,0	475	376	335	246	206	168	147	131	120	110	102	96	90	85	< 85	18,0
18,5	450	356	318	232	195	159	139	124	113	105	97	91	85	80	< 80	18,5
19,0	426	338	302	220	185	151	132	118	107	99	92	86	81	76	< 76	19,0
19,5	405	321	287	209	176	144	125	112	102	94	87	82	77	72	< 72	19,5
20,0	385	305	272	199	167	136	119	107	97	90	83	78	73	69	< 69	20,0
20,5	366	290	259	181	159	130	113	101	92	85	79	74	70	66	< 66	20,5
21,0	349	276	247	180	152	124	108	97	88	81	76	71	66	63	< 63	21,0
21,5	333	264	236	172	145	118	103	92	84	78	72	68	63	60	< 60	21,5
22,0	318	252	225	164	138	113	98	88	81	74	69	65	61	57	< 57	22,0
22,5	304	241	215	157	132	108	94	84	77	71	66	62	58	55	< 55	22,5
23,0	291	230	206	150	126	103	90	81	74	68	63	59	56	52	< 52	23,0
23,5	279	221	197	144	121	99	86	78	71	65	61	57	53	50	< 50	23,5
24,0	267	212	189	138	116	95	83	74	68	63	58	55	51	< 50		24,0
24,5	256	203	182	133	112	91	80	71	65	60	56	52	50			24,5
25,0	246	195	174	127	107	88	77	69	63	58	54	50	< 50			25,0
25,5	237	187	168	122	103	84	74	66	60	56	52	< 50				25,5
26,0	228	180	161	118	99	81	71	64	58	54	50					26,0
26,5	219	174	155	114	96	78	68	61	56	52	< 50					26,5
27,0	211	167	150	109	92	75	66	59	54	50						27,0
27,5	203	161	144	106	89	73	64	57	52	< 50						27,5
28,0	196	156	139	102	86	70	61	55	50							28,0
28,5	189	150	134	98	83	68	59	53	< 50							28,5
29,0	183	145	130	95	80	66	57	51								29,0
29,5	177	140	125	92	77	63	55	50								29,5
30,0	171	136	121	89	75	61	54	< 50								30,0
30,5	165	131	117	86	73	59	52									30,5
31,0	160	127	114	83	70	58	50									31,0
31,5	155	123	110	81	68	56	< 50									31,5
32,0	150	119	107	78	66	54										32,0
32,5	146	116	104	76	64	53										32,5
33,0	141	112	101	74	62	51										33,0
33,5	137	109	98	72	60	50										33,5
34,0	133	106	95	70	59	< 50										34,0

تابع الجدول الأول (ب)

مستوي المعنوية (α)

TWO SIDES (N >= 50)

R↓	.0001	.0005	.001	.005	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09	.10	> 10	R
34.5	130	103	92	68	57											34.5
35.0	126	100	90	66	55											35.0
35.5	122	97	87	64	54											35.5
36.0	119	95	85	62	53											36.0
36.5	116	92	83	61	51											36.5
37.0	113	90	80	59	50											37.0
37.5	110	87	78	58	< 50											37.5
38.0	107	85	76	56												38.0
38.5	104	83	74	55												38.5
39.0	102	81	72	53												39.0
39.5	99	79	71	52												39.5
40.0	97	77	69	51												40.0
40.5	94	75	67	50												40.5
41.0	92	73	66	< 50												41.0
41.5	90	72	64													41.5
42.0	88	70	63													42.0
42.5	86	68	61													42.5
43.0	84	67	60													43.0
43.5	82	65	59													43.5
44.0	80	64	57													44.0
44.5	79	63	56													44.5
45.0	77	61	55													45.0
45.5	75	60	54													45.5
46.0	74	59	53													46.0
46.5	72	57	51													46.5
47.0	71	56	50													47.0
47.5	69	55	< 50													47.5
48.0	68	54														48.0
48.5	66	53														48.5
49.0	65	52														49.0
49.5	64	51														49.5
50.0	63	50														50.0
50.5	61	< 50														50.5
51.0	60															51.0
51.5	59															51.5
52.0	58															52.0
52.5	57															52.5
53.0	56															53.0
53.5	55															53.5
54.0	54															54.0
54.5	53															54.5
55.0	52															55.0
55.5	51															55.5
56.0	50															56.0
56.5	< 50															56.5

ثانياً : حجم العينة أقل من ٥٠ مشاهدة .

الخطوة الأولى : أيضاً باستخدام حزمة البرامج الإحصائية MINITAB(V.13) ومجموعة برامج الماكرو تم تصميم جدول يوضح قيم t_0 (المحسوبة) بمعلومية حجم العينة ومعامل الارتباط عند $(3 \le n \le 50)$ ، $(.001 \le r \le .999)$.

وقد تم الاكتفاء بمعامل الارتباط مقرباً إلى ثلاثة أرقام عشرية . وذلك باستخدام المعادلتين ١ ، ٢ (والجدول متاح لدى الباحث حوالي ١٥٠ صفحة) .

الخطوة الثانية : مقارنة قيم t_0 (المحسوبة) في الجدول في الخطوة السابقة بالقيم الجدولية لتوزيع (t^*)عند درجات الحرية من (١ : ٤٨) لتحديد أقل قيمة لمعامل الارتباط لكي يكون معنوياً عند مستويات المعنوية المختلفة ولمواجهة مشكلة عدم وجود جداول كاملة لتوزيع t عند مستويات المعنوية المطلوبة ، فقد قام الباحث بتصميم جدول كامل لقيم t الجدولية بالحاسب الآلي عند كل مستويات المعنوية ابتداءً من ٠,٠٠٠٠٠١ وبدرجات حرية واحد فأكثر . وهذه الجداول متاحة لدى الباحث (٣٥٠ صفحة) (E-mail: Marie_Tanta @Yahoo.com)

الخطوة الثالثة : الجدول النهائي ويتمثل في الجدول الثاني بالبحث حيث يوضح الصف الأول مستويات المعنوية $(\alpha \le .10)$ ، والعمود الأول يوضح حجم العينة المستخدم $(n \le 50)$ في حين يوضح العمود الأخير درجات الحرية $(D.F \le 48)$.

أما خلايا الجدول فهي توضح الحد الأدنى لمعامل الارتباط لكي يكون معنوياً عند حجم عينة محدد (صف) ومستوى معنوية معلوم (العمود) ، فمثلاً الخلية الأولى في الجدول الثاني (تقاطع صف أول مع عمود أول) توضح أنه لا يوجد أي معامل ارتباط قيمته ≥ ٠,٩٩٩ يكون معنوياً عند مستوى معنوية ٠,٠٠١و إذا كان حجم العينة ٣ مشاهدات فقط . كما أنه في هذه الحالة (n=3) إذا كان معامل الارتباط ٠,٩٩٩ فإن معنويته لا تبدأ إلا عند مستوى معنوية ٠,٠٢ في حين أن الخلية التي تقع عند تقاطع الصف الأخير مع العمود الأول بالجدول الثاني توضح أنه عندما يكون حجم العينة ٥٠ مشاهدة فإن أقل معامل ارتباط يكون معنوياً عند مستوى معنوية ٠,٠٠١و هو ٥٠,٧٪ .

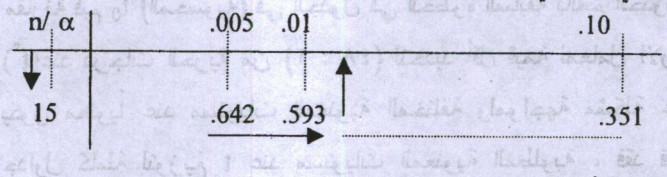
كيفية استخدام الجدول المقترح في تحديد معنوية معامل الارتباط :

١- يتم تقدير معامل الارتباط من عينة المشاهدات المتاحة $(n \le 50)$

٢- في العمود الأول من الجدول الخاص بالاختبار (الجدول الثاني) يتم تحديد الصف الذي يحتوي على حجم العينة المستخدم .

٣- يتم الاتجاه أفقياً في هذا الصف حتى نصل إلى رقم يمثل معامل الارتباط المقدر أو أقل منه مباشرة . وعنده يتم الاتجاه رأسياً لقراءة مستوى معنوية معامل الارتباط إذا كان الاختبار في اتجاه واحد (أما إذا كان الاختبار في اتجاهين فيكون معامل الارتباط معنوياً عند مستوى يساوي ضعف المستوى المقروء) .

فمثلاً إذا كان حجم العينة (n=15) وقيمة معامل الارتباط ٦٠,٠ تكون خطوات استخدام الجدول الثاني كما يلي :



وهذا يعني أن :

(أ) معامل الارتباط ٦٠,٠ المقدر من ١٥ مشاهدة يعتبر معنوياً عند مستوى معنوية ٠١,٠ أو أي مستوى معنوية أكبر منه في اختبار الاتجاه الواحد .

(ب) هذا المعامل يعتبر معنوياً (في اختبار الاتجاهين) عند مستوى معنوية ٠,٠٢ أو أي مستوى معنوية أكبر منه .

أما إذا كان الصف لا يتضمن قيمه معامل الارتباط فإن هذا المعامل يعتبر غير معنوي حتى مستوى معنوية ١٠٪ في اختبار الاتجاه الواحد أو ٢٠٪ في اختبار الاتجاهين . فإذا كان معامل الارتباط في هذا المثال هو ٣٥,٠ مثلاً (أي لا يتضمنه الصف n=15) فهذا يعني أن معنوية هذا المعامل تبدأ من مستوى معنوية أكبر من ١٠٪ في اختبار الاتجاه الواحد أو ٢٠٪ في اختبار الاتجاهين . وأيضاً يمكن استخدام الجدول الثاني في تحديد حجم العينة مقدماً ، فمثلاً إذا حدد الباحث أنه لن يقبل مستوى معنوية يزيد عن ٠٠٥,٠ ومعامل ارتباط لا يقل عن ٥٠٪ فإننا في هذه الحالة نكشف في عمود ٠٠٥,٠ من أعلى حتى نصل إلى معامل ارتباط يساوي أو اقل مباشرة من ٥٠,٠ فنجد أنه هنا ٤٩,٦٪ ويقابل صف (n=26) ، أي أنه على الباحث أن يختار عينة ٢٦ مشاهدة فأكثر وهكذا .

الجدول الثاني

مستوي المعنوية (α)

ONE SIDETOW SIDES(N<=50)

n	.0001	.0005	.001	.005	.01	.02	.025	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09	.10	D.F.
3	---	---	-----	-----	----	.999	.997	.995	.992	.988	.983	.976	.969	.961	.952	1
4	---	---	.998	.990	.980	.960	.950	.940	.920	.900	.880	.861	.840	.820	.800	2
5	.997	.992	.986	.959	.935	.896	.879	.863	.833	.806	.780	.756	.732	.709	.688	3
6	.990	.975	.964	.918	.883	.832	.812	.793	.760	.730	.702	.677	.653	.631	.609	4
7	.977	.951	.935	.875	.833	.777	.755	.735	.700	.670	.643	.617	.594	.572	.551	5
8	.959	.926	.905	.835	.789	.730	.707	.687	.652	.622	.595	.571	.548	.527	.507	6
9	.940	.899	.876	.798	.750	.690	.667	.647	.612	.583	.556	.533	.511	.491	.472	7
10	.920	.873	.847	.765	.716	.655	.632	.613	.579	.550	.524	.502	.481	.461	.443	8
11	.899	.851	.820	.735	.686	.625	.603	.583	.550	.522	.497	.475	.455	.437	.419	9
12	.879	.824	.795	.708	.659	.598	.576	.557	.525	.498	.474	.453	.433	.415	.399	10
13	.859	.802	.772	.684	.634	.575	.553	.535	.503	.477	.454	.433	.414	.397	.381	11
14	.840	.781	.751	.662	.613	.554	.533	.515	.484	.458	.435	.415	.397	.381	.365	12
15	.822	.761	.731	.642	.593	.535	.514	.496	.466	.441	.419	.400	.382	.366	.351	13
16	.805	.743	.712	.623	.575	.518	.498	.480	.451	.426	.405	.386	.369	.353	.339	14
17	.788	.725	.694	.606	.558	.503	.483	.466	.437	.413	.392	.374	.357	.342	.328	15
18	.773	.709	.678	.590	.543	.488	.469	.452	.424	.401	.380	.362	.346	.331	.317	16
19	.758	.694	.663	.576	.529	475	.456	.439	.412	.389	.369	.352	.336	.322	.308	17
20	.744	.679	.649	.561	.516	.463	.444	.428	.401	.379	.359	.342	.327	.313	.300	18
21	.730	.666	.635	.549	.504	.452	.433	.417	.391	.369	.350	.334	.318	.305	.292	19
22	.718	.653	.622	.537	.493	.441	.423	.408	.382	.360	.342	.325	.311	.297	.285	20
23	.705	.641	.610	.526	.482	.432	.414	.398	.373	.352	.334	.318	.303	.290	.278	21
24	.694	.629	.599	.516	.472	.422	.405	.390	.365	.344	.327	.311	.297	.284	.271	22
25	.683	.618	.588	.506	.463	.414	.397	.382	.357	.337	.320	.304	.290	.277	.266	23

تابع الجدول الثاني

مستوي المعنوية (α)

ONE SIDETOW SIDES(N<=50)

n	.0001	.0005	.001	.005	.01	.02	.025	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09	.10	D.F.
26	.672	.608	.578	.496	.454	.406	.389	.374	.350	.330	.313	.298	.284	.272	.260	24
27	.662	.598	.568	.487	.445	.398	.381	.367	.343	.324	.307	.292	.279	.266	.255	25
28	.652	.589	.559	.479	.438	.391	.374	.360	.337	.318	.301	.286	.273	.261	.250	26
29	.643	.580	.550	.471	.430	.384	.368	.354	.331	.312	.296	.281	.268	.257	.246	27
30	.634	.571	.542	.463	.423	.377	.361	.348	.325	.306	.291	.276	.264	.252	.241	28
31	.625	.563	.534	.456	.416	.371	.355	.342	.320	.301	.286	.272	.259	.248	.237	29
32	.617	.555	.526	.449	.410	.366	.350	.337	.315	.296	.281	.267	.255	.244	.233	30
33	.609	.547	.519	.443	.404	.360	.344	.331	.310	.292	.276	.263	.251	.240	.229	31
34	.601	.540	.512	.436	.398	.355	.339	.326	.305	.287	.272	.259	.247	.236	.226	32
35	.594	.533	.505	.430	.392	.349	.334	.322	.300	.283	.268	.255	.243	.232	.222	33
36	.586	.526	.498	.424	.387	.344	.330	.317	.296	.279	.264	.251	.240	.229	.219	34
37	.579	.520	.492	.419	.381	.340	.325	.313	.292	.275	.261	.248	.236	.226	.216	35
38	.573	.513	.486	.413	.376	.335	.321	.308	.288	.271	.259	.244	.233	.223	.213	36
39	.566	.507	.480	.408	.372	.331	.316	.304	.284	.268	.254	.241	.230	.220	.210	37
40	.560	.501	.475	.403	.367	.327	.312	.300	.281	.264	.250	.238	.227	.217	.207	38
41	.554	.496	.469	.398	.363	.323	.309	.297	.277	.261	.247	.235	.224	.214	.205	39
42	.548	.490	.464	.394	.358	.319	.305	.293	.274	.258	.244	.232	.221	.211	.202	40
43	.542	.485	.459	.389	.354	.315	.301	.290	.270	.255	.241	.229	.219	.209	.200	41
44	.537	.480	.454	.385	.350	.311	.298	.286	.267	.252	.238	.226	.216	.206	.197	42
45	.532	.475	.449	.381	.346	.308	.294	.283	.264	.249	.236	.224	.214	.204	.195	43
46	.527	.470	.444	.376	.342	.304	.291	.280	.261	.246	.233	.221	.211	.202	.193	44
47	.521	.465	.440	.373	.339	.301	.288	.277	.258	.243	.230	.219	.209	.199	.191	45
48	.516	.461	.435	.369	.335	.298	.285	.274	.256	.241	.228	.217	.206	.197	.189	46
49	.512	.456	.431	.365	.332	.295	.282	.271	.253	.238	.226	.214	.204	.195	.187	47
50	.507	.452	.427	.361	.329	.292	.279	.268	.250	.236	.223	.212	.202	.193	.185	48
> 50	< .507	< .452	< .427	< .361	< .329	< .292	< .279	< .268	< .250	< .236	< .223	< .212	< .202	< .193	< .185	> 48

٦. الخلاصة :

من الجدول الأول (أ) : نجد أنه عند حجم عينة ٥٠ مشاهدة فأكثر ، فإن أي معامل ارتباط قيمته ٤٨,٥٪ فأكثر سيكون معنوياً (في اتجاه واحد) عند مستوى معنوية ٠,٠٠٠١ أو أي مستوى معنوية أكبر منه .

من الجدول الأول (ب) : نجد أنه عند حجم عينة ٥٠ مشاهدة فأكثر فإن أي معامل ارتباط قيمته ٥٦,٥٪ فأكثر سيكون معنوياً (في اتجاهين) عند مستوى معنوية ٠,٠٠٠١ أو أي مستوى معنوية أكبر منه .

من الجدول الثاني : نجد أنه عندما يصل حجم العينة إلى ٥٠ مشاهدة فإن أقل قيمة لمعامل الارتباط تكون معنوية عند مستوى معنوية لا يقل عن ١٠٪ (في اتجاه واحد) هي r=18.5% وتصل إلى r=23.6% في اختيار الاتجاهين .

كما أنه عند استخدام حجم عينة ثلاث مشاهدات (درجة حرية واحدة) فإنه لا يوجد أي قيمة لمعامل الارتباط قيمته ≥ ٠,٩٩٩ تكون معنوية عند ($\alpha \leq .01$) .

References:

1 - Browne, M.W., (1977) "The Analysis of Patterned Correlation Matrices by Generalized Least Squares", British Journal Of Mathematical and Statistical Psychology vol. 30,pp. 113-124.

2 - Danny W.Turner, (1997) " A Simple Example Illustrating A Well – Known Property of The Correlation Coefficient ", The American Statistician vol.51, Issue 2, pp.170 – 175.

3 - Divgi, D.R., (1979) " Calculation of Tetra choric Correlation Coefficient ", Psychometrika vol.45,pp. 169 – 172.

4 – Gajarati , D., (1995) "Basic Econometrics", Mc Graw - Hill , Inc. Tokyo – Japan , 3r.ed.

5 – Gregory C., Chaw, (1985), "Econometrics" Mc Graw-Hill, Inc., Singapore.

6 – Inerlegator, M.D., (1978) "Econometric Models, Techniques And Applications" Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, New Jersey.

7 - Jan de Leeuw, (1983) " Models and Methods for The Analysis Of Correlation Coefficient " Journal of Econometrics, vol. 22, Pp. 113 – 137.

8 – Johnston J., (1994) "Econometric Methods", Mc Graw-Hill , Inc.Tokyo – Japan , 3r.ed.

9 - Joreskoy, K.G., (1978) "Structural Analysis of Covariance and Correlation Matrices", Psychometrika vol.43 , pp.443-477.

10 – Koutsoyiannis, A., (1979) "Theory of Econometrics", Harper &Raw, Publishers, Inc.N.Y.

11 - McDonald, R.P., (1975) "Testing Pattern Hypotheses for Correlation Matrices", Psychometrika vol.40, pp.253-255.

12 - Michael, J. Rovine, and A.V.Eye, (1997) "A 14 th. Way to Look at a Correlation Coefficient: Correlation as The Proportion of Matches", The American Statistician vol.51, Issue 1, pp.42 – 46.

13 - Rodgers, J.L., and Nicewander, W.A., (1988) "Thirteen Ways To Look at a Correlation Coefficient ", The American Statistician vol.42, pp.59 – 66.

14 - Rovine, M., and Vone Eye, A. (1989), "A Reinterpretation of The Correlation Coefficient: Correlation as a count of Matches", The American Statistician vol.42, pp.287- 291.

15 - Steiger, J.H., (1980) "Testing Pattern Hypotheses on Correlation Matrices: Alternative Statistics and Some Empirical Results", Multivariate Behavioral Research vol. 15,pp.335-352.